# LE JOURNAL DE PHYSIQUE

ET

# LE RADIUM

## SUR LE MÉCANISME DE L'EFFACEMENT DE L'IMAGE LATENTE DUE AUX PARTICULES CHARGÉES

Par M<sup>11e</sup> Georgette ALBOUY et M<sup>me</sup> Henriette FARAGGI. Laboratoire Curie de l'Institut du Radium, Paris.

Sommaire. — On a fait varier systématiquement les différents facteurs pouvant influencer la vitesse d'effacement des traces de rayons  $\alpha$ ; il semble que dans tous les cas (température, humidité, atmosphère ambiante, substances imprégnant l'émulsion) on puisse ramener le phénomène à une oxydation par l'oxygène de l'air, retardé ou facilité par les différents facteurs étudiés.

L'effacement de l'image latente due aux particules chargées dans les émulsions photographiques est un phénomène très gênant, et en apparence assez capricieux. De nombreux facteurs, externes ou internes, peuvent modifier la vitesse d'effacement et ont été signalés de divers côtés. Dès 1936 J. Lauda [1] avait étudié ce phénomène sur les anciennes émulsions et avait montré l'influence du vide, de la température, de l'humidité, des désensibilisateurs.

Tous ces facteurs entrent en jeu également pour le « fading » des nouvelles plaques spéciales pour Recherches nucléaires, du type général grain fin et haute teneur en argent. Ils ont été signalés et étudiés par différents auteurs [2]. De plus, Yagoda a mis en lumière le rôle accélérateur joué par l'eau oxygénée et a émis l'hypothèse que la formation d'eau oxygénée dans la gélatine par le rayonnement corpusculaire était la cause du phénomène [3].

Il nous a paru utile de faire une étude systématique des différents facteurs signalés en les faisant agir séparément dans la mesure du possible. Nous avons donc cherché à faire varier l'un des éléments, en maintenant au maximum la constance des autres. Toutefois, les causes d'erreurs dans les mesures restent très grandes, et la précision obtenue ne dépasse pas 20 pour 100.

Nous avons étudié des plaques Ilford C<sub>2</sub>, irradiées par les rayons α de Po, ThC, ThC', soit en surface,

soit en profondeur. Les études faites l'an dernier sur différents types de plaques, par nous-mêmes et par Coppens [2] (1), ont montré que l'allure générale de l'effacement au cours du temps, reste la même et que seule la vitesse d'effacement varie d'un type à l'autre. C'est pourquoi nous avons limité cette étude aux plaques Ilford C2, qui sont les plus fréquemment utilisées. Dans chaque cas, nous avons mesuré l'effacement par le nombre de grains contenus dans des fragments de traces d'égale énergie et caractérisé le « taux d'effacement » par le rapport

$$T = \frac{N_0 - N}{N_0},$$

 $N_0$ , nombre de grains au développement immédiat; N, nombre de grains au développement différé.

En outre, nous avons caractérisé la vitesse d'effacement par le temps  $\theta$  au bout duquel le nombre de grains est réduit de moitié. Les grains ont été comptés sur les traces contenues dans le plan de l'émulsion, de manière à éviter la réduction d'écartement due à l'effet de perspective des traces plongeantes.

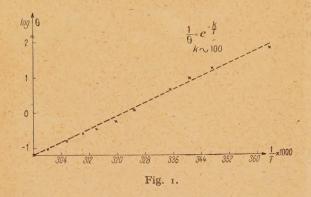
(1) Les plaques Ilford « Nuclear Research » (étiquettes jaunes) reçues et utilisées depuis cette dernière publication se sont montrées beaucoup plus stables que les précédentes (étiquette blanche).

1. Rôle de l'énergie des particules. — Comme nous l'avions déjà signalé, et comme Lauda l'avait observé pour les anciennes émulsions, l'effacement

croît avec l'énergie de la particule.

On peut facilement expliquer ceci en observant que la perte d'énergie par unité de longueur est une fonction inverse de la vitesse : il en résulte que les grains sont plus espacés dans les régions de grande énergie; la notion de trace résultant de l'alignement visuel de points isolés, la disparition de quelques-uns d'entre eux entraînera plus rapidement la disparition de la possibilité d'identifier une trace dans les régions où les grains sont espacés que dans celles où les grains sont presque jointifs. D'autre part, chaque grain aura enlevé moins d'énergie à la particule et, par perte d'une partie de cette énergie, tombera plus rapidement au-dessous du minimum développable.

- 2. Rôle de la température. L'humidité ayant une influence très marquée sur la vitesse d'effacement, nous avons étudié l'influence de la température pour des taux d'humidité constants.
- a. Les résultats de mesures faites pour des températures comprises entre o et 65° en atmosphère de vapeur saturante, sont donnés par la figure 1.



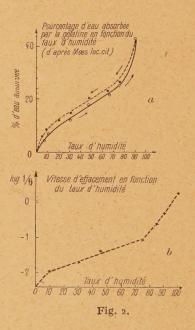
On voit que le  $\log \theta$  (temps correspondant à l'effacement 1/2) est proportionnel à  $\frac{1}{T}$  (T, température absolue). Il est donc permis de penser que le rôle joué par la température correspond à l'accroissement de la vitesse d'agitation thermique (fonction exponentielle de  $\frac{1}{T}$ ).

b. En atmosphère complètement desséchée, l'effacement est beaucoup ralenti, même à haute température. A 38° il n'est que de 0,1 au bout de trois semaines; il est pratiquement nul à 50° au bout de six jours, alors qu'il est total en 30 mn, à la même température, en atmosphère de vapeur d'eau saturante.

3. **Rôle de l'humidité**. — Il semble que le rôle joué par la vapeur d'eau soit très important.

Nous avons réalisé, à température constante, des atmosphères à taux d'humidité constant allant de la dessiccation totale à la vapeur d'eau saturante.

La courbe de la figure 2 (b) donne la variation de  $\log \frac{1}{\theta}$  en fonction du taux d'humidité : on voit que l'effacement augmente très rapidement dès que le taux d'humidité dépasse 70 pour 100. Au contraire,



dès qu'il tombe au-dessous de 40 pour 100, la conservation de l'image latente est nettement augmentée. Il n'est pas recommandé de descendre au-dessous de 10 pour 100 sous peine de voir la gélatine se craqueler et se détacher de son support de verre.

Il est intéressant de comparer la figure 2 (b) à la figure 2 (a) extraite du Traité de Mees, The theory of the Photographic Process [4], et qui montre la variation du gonflement de la gélatine en fonction de l'humidité: les deux courbes ont la même allure générale, et présentent en particulier le même accroissement rapide au delà de 70 pour 100 d'humidité.

On peut donc dire que l'effacement est une fonction exponentielle de la quantité d'eau retenue par la gélatine.

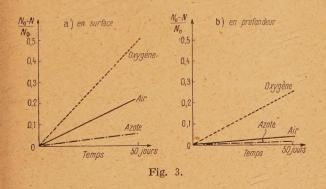
4. Rôle du milieu extérieur. — Lauda avait montré que l'image latente est plus stable si les plaques sont conservées dans le vide. Ce fait, signalé également par Perfilov [5] pour les nouvelles émulsions, nous a paru lié à l'absence d'oxygène [2]. Nous avons constaté en effet que des plaques conservées dans des atmosphères inertes (argon, azote) ne subissent pratiquement pas d'effacement.

Le Tableau 1 et la figure 3 mettent en évidence que des plaques maintenues à l'humidité ambiante s'effacent deux fois plus vite dans l'oxygène que dans l'air, et 10 fois plus vite que dans l'azote. Les mêmes proportions se retrouvent dans les mêmes gaz secs, tant en surface qu'en profondeur. Dans l'azote sec l'effacement en profondeur est encore pratiquement négligeable au bout de quatre mois.

TABLEAU I.

Taux d'e	ffacem	nent en	30 jours	$T = \frac{\Lambda}{2}$	$\left(\frac{N_0-N}{N_0-N}\right)$ :
* 1				En surface.	En profondeur.
Oxygène,	humid	lité nor	male	0,9	-
Air,		» ·	84 ,	0,5	
Azote,		»)		0,13	-5.5-3-A-1
Oxygène,	sec			0,25	0,12
Air,	»			0,11	0,02
Azote,	»			0,02	0,01

Ceci conduit à penser que l'oxygène de l'air est un agent très important de la destruction de l'image latente; la vapeur d'eau, en pénétrant la gélatine,



sert de véhicule à l'oxygène de l'air, d'une part, et d'autre part facilite la réaction d'oxydation de l'argent

$$2Ag + O + H_2O \rightarrow 2Ag^+ + 2OH^-.$$
 (1)

Yagoda a montré que l'effacement par l'eau oxygénée est particulièrement rapide et croît avec la température [3] : ceci fait intervenir à la fois les trois agents étudiés ci-dessus : température, humidité, oxygène. De plus, l'action oxydante de l'oxygène naissant formé par la décomposition de l'eau oxygénée, est certainement plus énergique que celle de l'oxygène de l'air, d'où l'action particulièrement brutale de l'eau oxygénée. Utilisant cette propriété, Yagoda préconise l'utilisation de vapeur d'eau oxygénée pour éliminer le voile et les traces parasites contenues dans les plaques, avant leur utilisation.

Il nous a paru plus commode d'associer la température et la vapeur d'eau ordinaire. Il est possible de « nettoyer » des plaques en étuve à 50° dans une atmosphère saturante. On peut également utiliser un effacement partiel à la séparation des fragments projetés lors des transmutations [6].

5. Rôle des composés chargeant l'émulsion.

— L'utilisation des émulsions pour les études de Physique nucléaire a amené à inclure dans la gélatine les différentes substances dont on voulait étudier les propriétés, et l'on a rapidement constaté que ces inclusions influaient sur la stabilité des images. L'uranium, le thorium, agissent en désensibilisateurs. tandis que les imprégnations de bore entraînent une conservation beaucoup plus grande des images.

Si l'on essaie de classer les composés chargeant l'émulsion généralement utilisés par pouvoir stabilisateur croissant, on peut remarquer qu'en première approximation les corps stabilisants sont connus pour leurs pH élevés. Nous avons donc essayé d'introduire des substances plus ou moins basiques et constaté qu'en effet, la stabilité croissait avec le pH.

Le Tableau II montre les résultats obtenus avec des solutions de borax (pH  $\sim 9,2$ ) et de carbonate de sodium (pH  $\sim 11,2$ ) à  $45^{\circ}$  et à  $15^{\circ}$  en atmosphère saturante, respectivement au bout de 40 mn et 13 h. Nous avons également pu vérifier que des inclusions acides (ClH,  $C_2H_4O_2$ ) ont accéléré l'effacement.

TABLEAU II.

		Plaque C <sub>2</sub>				
		Temp.	non chargée.	chargée borax.	chargée CO <sub>2</sub> Na <sub>3</sub> .	
Taux d'effacement		45° 15	0,80	0,50	0,45 0,28	

Au même moment, nous avons eu connaissance des expériences de Piccioto [7] sur le rôle du pH dans les propriétés antifading des plaques au bore. Elles montrent que le pH très élevé des plaques au bore influence le pH du révélateur, ce qui se traduit par un renforcement considérable du développement.

De même l'uranium et le thorium, introduits généralement sous forme de sels légèrement acides, entraînent un sous-développement des plaques. Les inclusions n'auraient donc pas de rôle spécifique, mais une action sur le développement, entraînant une modification apparente de la stabilité.

Il nous semble toutefois que les inclusions, en modifiant le pH de l'émulsion, doivent jouer un certain rôle à tous les stades de la formation des traces : image latente, conservation et développement.

En effet, d'après la théorie de Mott et Gurney,

la formation d'un germe dans le grain de bromure d'argent nécessite l'existence de défauts dans le cristal, et l'évacuation du brome dans le milieu extérieur, jouant le rôle d' « accepteur de brome ». Or Mitchell [8] complétant cette théorie, a montré l'importance du rôle joué par le milieu entourant les grains dans la formation de l'image latente. En effet, les défauts créés dans le réseau par les emplacements vacants d'anions sont des pièges à électrons amorçant la formation des germes. La formation de ces défauts est augmentée quand le pH du milieu environnant est plus élevé, facilitant la migration des ions Br vers la surface du grain (défauts de Schottky). Si le pH de l'émulsion est plus élevé, les défauts seront plus nombreux, et les germes constituants l'image latente seront à la fois plus nombreux et plus importants; ils résisteront donc mieux aux agents extérieurs d'affaiblissement.

D'autre part le pH de l'émulsion doit intervenir pour ralentir l'oxydation des germes, la réaction d'oxydation

$$2Ag + O + H_2O \rightarrow 2Ag^+ + 2OH^-$$
 (1)

étant ralentie par un milieu basique.

6. Plaques de différents types. — On sait que la stabilité des émulsions Ilford varie suivant le type utilisé (B<sub>1</sub> B<sub>2</sub>, C<sub>1</sub> C<sub>2</sub>, D<sub>1</sub>, E<sub>1</sub>). Cci est sans doute lié à la différence de structure de ces émulsions (grosseur des grains, pH de la gélatine, nature des diverses substances incorporées). Afin de préciser ce point nous avons mesuré dans des conditions identiques les vitesses d'effacement de quelquesunes de ces plaques (D<sub>1</sub>, E<sub>1</sub>, C<sub>2</sub>). Nous avons fait une estimation comparée du pH de ces émulsions et mesuré les taux d'effacement dans différentes circonstances : atmosphère humide, atmosphère sèche, eau oxygénée, les résultats obtenus sont donnés dans la figure 4. On voit que, dans les différents cas, les plaques de différents types se classent dans le même ordre, qui est aussi celui des pH; on a trouvé :

Plaques	$D_1 \dots \dots$	$5,6 \pm 0,3$	unités pH
Plaques	$E_1,\dots,\dots$	$5,9 \pm 0,3$	» »
	$C_2$		

On sait d'autre part que dans ces plaques les dimensions des grains sont différentes et l'on peut vérifier que les plaques les plus stables ont les grains les plus gros. Ce rôle de la grosseur des grains a été étudié par Cuer [10]. Il est logique que les grains les plus petits soient moins stables car les cristaux sont plus petits, donc plus réguliers et ils contiennent moins de défauts, amorces d'image latente.

Ici les deux effets : pH de l'émulsion et grosseur des grains agissent simultanément sans que l'on puisse indiquer la part exacte qui revient à chacun d'eux mais on peut dire qu'ils contribuent tous les deux à modifier dans le même sens la stabilité de l'image latente.

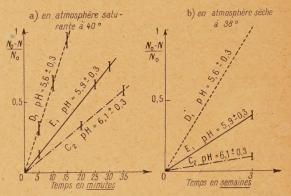


Fig. 4. — Comparaison du taux d'effacement  $\frac{N_0-N}{N_0}$  pour les plaques  $D_1$ ,  $E_1$ ,  $C_2$ .

Les autres différences pouvant exister dans la structure des émulsions n'ont pu être étudiées, faute de connaissances précises concernant la fabrication.

**Discussion**. — Bien que très incomplète, l'étude séparée des différents facteurs permet de mettre en lumière le fait suivant :

L'effacement de l'image latente est dû essentiellement à l'oxydation des germes par l'oxygène de l'air en présence de vapeur d'eau: a. cette oxydation est accélérée par la température, comme toutes les oxydations; b. elle est plus rapide en présence de vapeur d'eau, conformément à l'équation (1). D'autre part, en gonflant la gélatine la vapeur d'eau permet une pénétration plus facile de l'oxygène de l'air; c. elle est ralentie par les inclusions donnant à la gélatine un pH élevé. Le pH intervient à la fois en favorisant la formation et le développement des germes, et en ralentissant la réaction d'oxydation; d. enfin l'effacement est nul dans les atmosphères privées d'oxygène et ralenti dans les atmosphères complètement desséchées.

Yagoda a émis l'idée que cette oxydation serait due à la formation d'eau oxygénée par les particules traversant la gélatine. Il nous semble difficile d'attribuer la totalité du phénomène à la seule formation d'eau oxygénée.

En effet, il est possible d'estimer grossièrement la quantité d'eau oxygénée formée le long d'une trajectoire [9]. En considérant par exemple une particule  $\alpha$  de polonium qui contient environ 40 grains d'environ 0,2  $\mu$  de diamètre sur 22  $\mu$  de longueur totale, et en supposant les intervalles entre les grains constitués par de l'eau pure (alors

que la gélatine contient au maximum environ 5 pour 100 d'humidité), on peut calculer qu'il se forme en tout 600 molécules d'eau oxygénée, soit 15 molécules par grain. Or un seul germe contient environ 100 atomes d'Ag. Cette quantité est certainement trop faible pour expliquer la totalité de l'effacement, et surtout le fait que l'effacement se prolonge bien au delà du temps moyen nécessaire à la destruction de l'eau oxygénée formée : il est probable que l'eau oxygénée formée intervient pour diminuer les germes de l'image latente au moment de leur formation, mais dans une proportion assez faible, et que cette action ne doit pas se prolonger beaucoup au cours du temps.

Il nous semble donc possible d'expliquer le mécanisme de l'effacement des traces par une réaction d'oxydation due à l'oxygène de l'air, facilitée par la présence de vapeur d'eau et retardée par les

composés donnant à l'émulsion un pH plus élevé. Les conditions de bonne conservation peuvent s'obtenir facilement à partir de ces bases.

Nous tenons à remercier  $M^{me}$  Joliot-Curie, qui nous a inspiré ce travail et MM. Haissinsky et Lefort, pour de très intéressantes discussions.

Note ajoutée après correction des épreuves. — Lors d'un récent passage à Paris, M. le Professeur Broda nous a signalé que, lors d'expériences durant lesquelles les plaques étaient conservées gélatine contre gélatine (ce qui les mettaient partiellement à l'abri de l'action de l'oxygène de l'air), il avait constaté que l'effacement se propage graduellement à partir de la surface et n'atteint au bout de trois mois qu'un taux d'environ 20 pour 100. Ceci est en accord avec le mécanisme que nous pensons avoir mis en évidence, et suggère un moyen commode de limiter le fading.

Manuscrit reçu le 21 décembre 1948.

#### BIBLIOGRAPHIE.

- [1] J. LAUDA, Sitz-Akad. Wien Naturw., Klasse Abt 2, 1936, A 145, p. 797.
- [2] Occhialini et Powell, Nature, 1947, **159**, p. 186. La Palme et Demers, Phys. Rev., U. S. A., 1947, **72**, p. 536. Yagoda, American [Mineralogist), 1947, **31**, p. 87. Yagoda et Kaplan, Phys. Rev., U. S. A., 1947, **71**. p. 910. H. Faraggi et Albouy, C. R. Acad. Sci., Fr., 1948, **226**, p. 717. R. Coppens, C. R. Acad. Sci., Fr., 1948, **227**, p. 61.
- [3] YAGODA et KAPLAN, Phys. Rev., U. S. A., 1948, 73, p. 634.
- [4] K. Mees, The theory of photographic process, Mac Millan Co, New-York, 1942.
- [5] Perfilov, Journal Physique, U. R. S.S., 1947, 17, p. 376.
- [6] H. FARAGGI, C. R. Acad. Sc., Fr., 1948, 227, p. 527.
- [7] Е. Ріссіото, С. R. Acad. Sc., 1949, 228, р. 173 et 247.
- [8] MITCHELL, Sc. et Ind. Photo., 1948, no 10, p. 361.
- [9] LEFORT, communication privée.
- [10] CUER, Sc. et Ind. photo, 1948, nº 12, p. 446.

# SUR LES INTENSITÉS ABSOLUES DES RAYONNEMENTS ÉMIS PAR 61Cu ET 64Cu

#### Par R. BOUCHEZ et G. KAYAS.

Laboratoire de Chimie nucléaire, Collège de France, Paris. Institut du Radium, Laboratoire Curie, Paris.

Sommaire. — L'intensité des rayonnements électroniques, X et  $\gamma$  du <sup>64</sup>Cu et <sup>61</sup>Cu a été étudiée à l'aide d'une chambre d'ionisation absolue et de compteurs G. M. à parois très minces. On a déterminé les rapports d'embranchement : 1° des émissions  $\beta^{\pm}$  et  $\beta^{+}$  du <sup>64</sup>Cu : 2,0  $\pm$  0,15; 2° de capture K et d'émission  $\beta^{+}$  du <sup>64</sup>Cu : 2,65  $\pm$  0,4 et du <sup>61</sup>Cu : 0,55  $\pm$  0,66.

On rencontre certaines difficultés dans l'interprétation théorique de ces résultats.

#### 1. Introduction.

Cette étude fait partie d'un travail plus général sur la capture d'électrons périphériques et sur l'importance relative du phénomène de capture d'électrons périphériques par les noyaux émetteurs de positons.

Le rapport  $\rho$  de la probabilité de capture d'un électron K,  $P_{\kappa}$ , à la probabilité d'émission de positons  $P_{+}$  pour un noyau est une grandeur indépendante du réarrangement nucléaire qui s'effectue au cours de la transition. Au point de vue formel,  $\rho = \frac{P_{\kappa}}{P_{+}}$  est indépendant de l'élément de matrice nucléaire :

$$|M|^2 = \left| \int_{\mathfrak{N}} \Phi^* O \psi \, \mathrm{d}\tau \right|^2,$$

 $\psi$ ,  $\Phi$  fonctions d'onde représentant le noyau dans l'état initial et dans l'état final, o opérateur d'interaction; l'intégrale est étendue au domaine nucléaire. Cet élément de matrice est mal connu et l'on ne peut faire que des hypothèses sur la valeur à lui attribuer; aussi la connaissance de la grandeur  $\rho$  est particulièrement intéressante pour déterminer le degré d'approximation de la théorie de la désintégration  $\beta$ .

On possède peu de déterminations expérimentales de ce rapport d'embranchement  $\frac{P_K}{P}$  :

1º Les premières valeurs précises ont été obtenues par Good et al., 1946 [G. 1] à l'aide d'une méthode de coïncidences, dans le cas des noyaux <sup>22</sup>Na, <sup>48</sup>V, <sup>52</sup>Mn, <sup>58</sup>Co:

		$P_K$
Nuclides.	Périodes.	$\frac{P_K}{P_+}$ .
<sup>22</sup> Na	. За	< 5 pour 100
48V		$0,72 \pm 0,06$
<sup>52</sup> Mn	. 6,5 j	1,86±0,1
58Co	. 72 j	5,8 ±0,2*

(\*) Deutsch [D. 1], en 1944, avait obtenu, par une autre méthode de coïncidences dans le cas du <sup>58</sup>Co, une valeur de ρ voisine de 9.

La comparaison de ces valeurs avec la théorie a été effectuée également par Good et al., afin de faire un choix entre les différentes formes d'interaction : ces auteurs n'ont pu conclure de façon certaine et se proposaient de faire une étude plus large de la question.

 $2^{0}$  Bradt et al. [B. 1] ont également déterminé ce rapport pour le  $^{107}$ Cd en dénombrant, d'une part les positons émis et, d'autre part, les électrons de conversion interne qui accompagnent à la fois émission  $β^{+}$  et capture d'électrons. Ils ont trouvé expérimentalement  $320 \pm 30$  et 350 environ par la théorie (en prenant la forme d'interaction tensorielle de Gamow-Teller, βσ).

Mais on ne possédait encore aucune détermination directe de ce rapport par dénombrement des positons et des photons X accompagnant la capture : les mesures absolues étant toujours très délicates et sujettes à de nombreuses erreurs.

Nous avons choisi pour effectuer ces mesures absolues la transition  $^{61}\text{Cu} \rightarrow ^{61}\text{Ni}$  particulièrement simple : transition permise, pas de rayonnement  $\gamma$ , aucune complexité dans l'émission  $\beta^+$ , ni dans la

transition par capture. Les seules études d'intensité sur ce noyau ont été faites en liaison avec le <sup>64</sup>Cu; aussi avons-nous étudié également ce noyau pour relier nos résultats avec les déterminations antérieures.

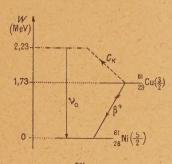


Fig. 1.

Schéma de la transition  ${}^{6\,4}_{2\,8}$ Cu  $\rightarrow {}^{6\,4}_{2\,8}$  Ni,  $\nu_0$  indique le neutrino émis.

Le schéma de la transition  $^{61}\text{Cu} \rightarrow ^{61}\text{Ni}$  est représenté figure 1; le  $^{61}\text{Cu}$  (3,4 h) se transforme en  $^{61}\text{Ni}$ : a. par émission  $\beta^+$ : en émettant des positons d'énergie maxima  $W_0 = 1,22 \pm 0,015$  MeV[B. 1]; b. par capture simple.

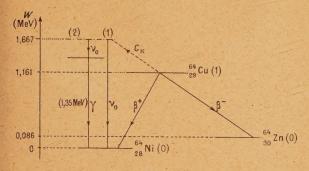


Fig. 2.

Schéma des transitions  ${}^{6.4}_{2.9}$ Cu  $\rightarrow {}^{6.4}_{2.9}$ Cu  $\rightarrow {}^{6.4}_{2.9}$ Cu  $\rightarrow {}^{6.4}_{2.9}$  Zn,

Le schéma de la transition <sup>64</sup>Cu → <sup>64</sup>Ni est plus compliqué (fig. 2). Le <sup>64</sup>Cu (13 h) se transforme :

1º en 64Ni : a. par émission simple,

$$W_0^+ = (0.657 \pm 0.004) \text{ MeV } [C1];$$

b. par capture complexe : Bradt et al. [62] ont trouvé (10 ± 2) photons émis pour 100 positons; ces photons, d'après une détermination récente, aurait une énergie de

$$(1,34 \pm \sigma, \sigma)$$
 MeV [K1].

2º en <sup>64</sup><sub>30</sub>Zn par émission β-:

$$W_0^- = (0.571 \pm 0.002) \text{ MeV } [C1].$$

Le rapport d'embranchement des émissions  $\beta$ - et  $\beta$ + a été déterminé par plusieurs auteurs : Van Voorhis [V. 1], Bradt [B. 3], Cook [C. 1]; les valeurs les plus précises sont celles obtenues par comparaison des aires des spectres  $\beta$ + et  $\beta$ - :

$$\frac{N_{-}}{N_{+}} = 2.1 \quad \text{(Bradt et Al.)},$$
 
$$2.0 \quad \text{(Cook)}.$$

La détermination de  $\rho = \frac{P_k}{P_+}$  est délicate; par contre, il est plus accessible de déterminer le rapport des valeurs de  $\rho$  pour <sup>64</sup>Cu et <sup>61</sup>Cu :

Soit

$$R = rac{
ho_{64}}{
ho_{61}} = rac{(N_x : N_{\gamma})_{64}}{(N_x : N_{\gamma})_{64}},$$

 $\frac{N_x}{N_\gamma}$  étant la proportion des photons x et des photons d'annihilation mesurés avec un dispositif expérimental analogue pour le  $^{61}$ Cu et le  $^{64}$ Cu : Alvarez [A. 1] a obtenu R=5; Bradt [B. 3]  $5,5\pm0,3$ .

La comparaison du rapport R avec la théorie, qui prévoit environ 9, est, en première approximation, satisfaisante (nous préciserons les hypothèses théoriques plus loin); Bradt et al. [B. 3] ont essayé de serrer de plus près cette différence sans toutefois y parvenir.

Nos expériences ont eu principalement pour but de déterminer séparément  $\rho_{64}$  et  $\rho_{61}$  et de les comparer avec la théorie.

#### 2. Dispositifs expérimentaux.

21. Mesures à l'aide de la chambre d'ionisation. — On détermine le nombre de positons à partir du nombre de photons d'annihilation dans le plomb. Nous avons utilisé, pour cette détermination, la chambre d'ionisation de Savel [S. 1], équipée avec lampe électromètre et étalonnée pour effectuer des mesures absolues.

22. Mesures à l'aide de compteurs. — Le rayonnement X est détecté par des compteurs remplis d'Argon (pression variant de 10 à 60 cm de Hg) et 15 pour 100 d'alcool absolu. Pour des pressions supérieures à 30 cm, nous avons utilisé pour couper la décharge, un montage Néher-Harper. Les compteurs ont des parois de Cu de 1 mm d'épaisseur et sont fermés par une feuille mince d'Al (5,8 mg: cm²). Leurs caractéristiques sont très bonnes : pentes 2 pour 100 pour 100 V; palier de 100 V et point de fonctionnement de 900 à 1600 V. Le faisceau canalisé arrive parallèlement au fil et la canalisation (fig. 3) est telle que le rayonnement ne touche pas directement les parois du compteur. Les rayonnements

électroniques pouvaient être éliminés par un champ magnétique produit par un électroaimant; le champ pouvait atteindre 3000 gauss.

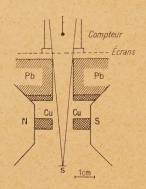


Fig. 3.
Dispositif expérimental.

Les rayonnements  $\gamma$  durs sont détectés par un compteur  $\beta$  standard [B. 4] à coque d'Al de 0,1 mm d'épaisseur entouré par une feuille mince de Pb d'épaisseur convenable.

Dans nos mesures, nous avons utilisé les appareils (amplificateur à coïncidences, haute tension stabilisée, échelles de 10 et 100) construits en série par le C. E. A.

## 3. Préparation des sources.

Les sources sont préparées par irradiation de Ni et Cu électrolytique au moyen du Cyclotron du Collège de France (deutons de  $\sim$  6,8 MeV) suivant les réactions :

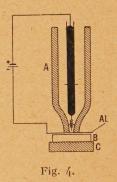
$$^{60}{\rm Ni}~(d,\,n)~^{61}{\rm Cu},$$
 quantité d'électricité  $\sim~70~\mu\Lambda{\rm h},$   $^{63}{\rm Cu}~(d,\,p)~^{61}{\rm Cu},$  »  $~\sim~100~$  » .

Sources de <sup>64</sup>Cu. — La cible de Cu électrolytique irradiée est mise en solution dans l'acide nitrique, on la transforme en sulfate par action d'acide sulfurique. A partir de cette solution, on prépare par électrolyse (tension environ <sup>2</sup> V, cathode formée par une grille de Cu), une source pour la mesure des photons d'annihilation.

Les sources pour le compteur sont préparées de même par microélectrolyse (1/10 à 1/50 cm³), à l'aide du dispositif figure 4.

A est un tube de verre, poli dans sa partie inférieure, reposant sur une feuille d'aluminium; B est une rondelle en verre optiquement plane et C une rondelle de caoutéhouc. L'ensemble est serré dans un porte-tube analogue au porte-tube centrifugeur de P. Sue [S. 2]. Le dépôt de cuivre obtenu forme une pastille qui se détache facilement du support

d'Al; on la lave à l'eau, puis à l'alcool et l'on obtient ainsi une source homogène de 2,5 mm de diamètre et pesant une fraction de mg.



Sources de <sup>61</sup>Cu. — Elles proviennent d'une cible de Ni irradiée par les deutons. La cible est mise en solution nitrique; on y ajoute quelques milligrammes de cuivre comme entraîneur et l'on électrolyse sous 2 à 2,2 V sur cathode de Pt polie pour séparer le Cu du Ni et Co (formés pendant l'irradiation). Le cuivre ainsi déposé abondamment lavé est ensuite dissous dans l'acide nitrique. On rend le milieu franchement ammoniacal et additionné d'une quantité suffisante de nitrate d'ammonium; on prépare les sources comme précédemment.

# 4. Résultats expérimentaux.

41. Résultats des mesures effectuées à la chambre d'ionisation. — Les sources de Cu déposé électrolytiquement sur une mince grille de Cu sont introduites dans un petit tube de Pb fermé par un écran de Pb de 5/10 mm d'épaisseur. Le courant d'ionisation est mesuré par la méthode de Townsend; chaque série est encadrée par des mesures du mouvement propre et d'un étalon de 2mC de Ra (avec écran de 4 cm de Pb). Les courants d'ionisation sont de l'ordre de 2.10-6 U. E. S. pour le mouvement propre; 2.10-4 U. E. S. pour l'étalon et 5 à 10.10-4 U. E. S. pour les sources de Cu au début de l'expérience (pour un poids de matière de quelques milligrammes pour 61Cu et quelque 100 mg pour 64Cu).

L'efficacité de la chambre d'ionisation pour le rayonnement d'anihilation de 0,51 MeV est 0,66 (chambre remplie d'argon à une pression de 10 atm).

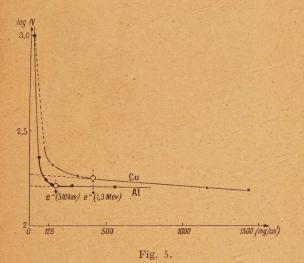
La courbe d'absorption du rayonnement  $\gamma$  de <sup>64</sup>Cu dans le Pb peut se décomposer en un rayonnement principal  $\left(\frac{\mu}{\rho} \cong 0,14\right)$  correspondant au rayonnement de 0,5 MeV et un rayonnement plus dur de 1 MeV environ en faible proportion (5 pour 100 environ). A partir de la valeur du courant d'ionisation à l'instant origine, on calcule [S. 1] le nombre de

photons de 0,51 MeV (émis par minute, par gramme de matière, dans l'angle solide  $4\pi$ , corrigé de toute absorption entre source et gaz de la chambre) et l'on en déduit le nombre de positons, en supposant que chaque positon est absorbé dans le Pb en s'annihilant en deux photons.

On a aussi redéterminé la période du  $^{61}$ Cu :  $(3,35\pm0,1)$  h; on adopte habituellement 3,4 h et

nous conserverons cette valeur.

42. Résultats des mesures effectuées aux compteurs. — 421. Détermination du nombre de photons X (compteurs à fenêtre d'Al. 5,8 mg : cm²). La capture d'un électron K par le nuclide  $^{61}$ Cu ou  $^{64}$ Cu peut être accompagnée par un quantum  $K_{\alpha}$ Ni de longueur d'onde  $\lambda = 1,66$  Å (ou 7500 eV). On effectue les mesures avec champ magnétique : les impulsions obtenues sont dues principalement aux photons X; on compte également quelques photons d'annihilation et quelques photons de 1,34 MeV dans le cas du  $^{64}$ Cu.



Absorption <sup>64</sup>Cu dans Al et Cu du rayonnement  $(x - \gamma)$  (avec H).

On représente (fig. 5 et 5 bis), pour le <sup>64</sup>Cu, la courbe d'absorption du rayonnement électromagné-

tique dans Al et Cu.

La courbe d'absorption dans Al met en évidence le rayonnement X  $\left(\frac{\mu}{\rho}\cong 60 \right)$  correspondant à  $K_{\alpha}Ni$ . Lorsqu'aucun écran d'Al n'est interposé entre source et compteur, on peut négliger le nombre de coups dus aux photons de 0,51 et 1,34 MeV : le faisceau ne touchant pas les parois, les électrons produits par les rayons  $\gamma$  durs dans la fenêtre mince d'Al, dans le gaz et dans l'extrémité opposée à la fenêtre, sont en très petit nombre par rapport à ceux produits dans le gaz par  $K_{\alpha}Ni$  (l'efficacité du compteur au rayonnement  $K_{\alpha}Ni$  peut atteindre 50 pour 100).

Dans le cas du  $^{64}$ Cu, le nombre brut  $N_x$  obtenu (avec champ magnétique, sans écran, corrigé du mouvement propre et de la décroissance) est presque

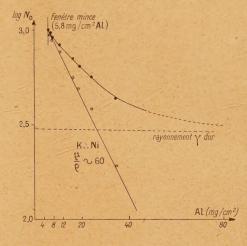


Fig. 5 bis.

Absorption <sup>64</sup>Cu dans Al du rayonnement  $(x + \gamma)$  début de la courbe (avec H).

entièrement dû aux photons  $K_{\alpha}$ Ni; par contre, nous avons observé que, dans le cas du <sup>61</sup>Cu, le nombre d'impulsions dues aux photons d'annihilation n'est pas complètement négligeable et  $N_{\alpha}$  doit être diminué d'environ 4 pour 100 (résultat obtenu en comparant les efficacités dans la fenêtre du compteur et dans différents écrans d'Al très minces placés près du compteur).

Pour déduire de ce nombre brut  $N_x$ , le nombre d'atomes se désintégrant par capture K, il est nécessaire de tenir compte de nombreux facteurs.

4211. Absorption dans la source. — On opère de deux façons :

1º Méthode graphique. — On prépare des sources de Cu de différente masse superficielle (masse variant de 0,1 à 1 mg; surface de l'ordre de 6 mm² mesurée au microscope) et aussi homogènes que possible par dépôt électrolytique. On porte sur un graphique  $\log N_x$  (par milligramme de matière) en fonction de la masse superficielle, on vérifie que l'on a une absorption exponentielle et l'on extrapole pour une masse superficielle nulle).

 $_{2}^{o}$  Méthode analytique. — Les sources étant uniquement en Cu métallique, on connaît le coefficient d'absorption massique de  $K_{\alpha}$ Ni dans le cuivre (fig. 6)  $\frac{\mu}{\rho}=65$ ; si  $N_{0}$  représente le nombre de photons par milligramme corrigé de l'absorption dans la matière de masse superficielle  $\rho x$ , on peut

écrire

$$N_0 = N_x \frac{\mu x}{1 - e^{-\mu x}}.$$

Les résultats obtenus par ces deux méthodes ne diffèrent pas plus de 2 pour 100.

4212. Absorption dans l'air. — La distance entre la source et la fenêtre d'Al du compteur est 6,25 cm, correspondant à une masse superficielle d'air de 7,5 mg: cm². Le coefficient d'absorption massique dans l'air pour le rayonnement de 7500 eV est  $\left(\frac{\mu}{\rho}\right)_{Air} = 12,4$  (fig. 6), d'où  $e^{-\mu x} = 0,91$ ; l'absorption est 9 pour 100.

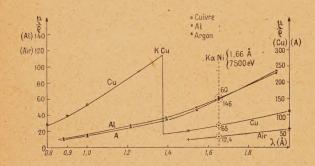


Fig. 6.

Coefficients d'absorption massique H  $\frac{H}{\rho}$  dans Al, Cu, Argon, Air, au voisinage de K Ni.

4213. Absorption dans la fenêtre du compteur. — La fenêtre est formée d'une feuille d'Al de 5,8 mg: cm²;  $\left(\frac{\mu}{\rho}\right)_{A} = 60$  (fig. 6), d'où  $e^{-\left(\frac{\mu}{\rho}\right)_{Al}\rho x} = 70.6$ :

l'absorption est 29,4 pour 100

4214. Angle solide efficace. — C'est l'angle solide géométrique  $\frac{\omega}{4\pi}$ ; il est égal à 1,9.10<sup>-3</sup> stéradians.

4215. Facteur de fluorescence. — On sait que. si  $N_K$  atomes sont ionisés par capture d'un électron K,  $N_K'$  atomes émettront un photon K; on définit le facteur de fluorescence  $W_K = \frac{N_K'}{N_K}$  inférieur à 1.

Les  $(N_K - N_K)$  autres atomes émettent des électrons appelés électrons Auger, appartenant à une couche supérieure.

Pour le Ni on possède trois déterminations du facteur de fluorescence :

o,39 (Balderston);

0,35 (Martin);

o,37 (Compton),

on a utilisé

$$W_K = 0.37$$
 [C2].

4216. Efficacité du compteur pour les rayons X.— Nous avons utilisé trois compteurs identiques, mais remplis à des pressions différentes : 7,5, 15,65 et 60 cm de Hg d'argon (plus 15 pour 100 d'alcool).

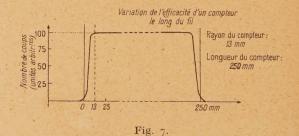
L'efficacité d'un tel compteur pour les rayons X est égale au nombre d'impulsions produites par photon, émis dans l'angle solide efficace et atteignant la partie utile du compteur. Pratiquement, le nombre d'impulsions produites par les électrons éjectés de la paroi mince d'Al (effet paroi) et le nombre de photons perdus par « diffusion vraie » dans l'argon sont négligeables; on peut alors considérer que chaque photon perdu par le faisceau incident dans la traversée de la partie utile du gaz déclenche une impulsion (par ionisation primaire ou secondaire; ces différents événements s'effectuant dans un intervalle de temps très inférieur à celui du temps mort du compteur).

L'efficacité  $\varepsilon_x$  est donc mesurée par la fraction de l'intensité perdue par le rayonnement  $K_{\alpha}$ Ni dans la traversée de la partie utile, ou efficace, du compteur. On peut écrire

$$\varepsilon_x = 1 - e^{-\left(\frac{\mu}{\rho}\right)_A \rho_A x},$$

x étant la longueur « efficace » du compteur.

La longueur efficace n'est pas facile à déterminer d'une façon précise. L'effet des extrémités du fil du compteur est mal connu : le champ diminuant assez rapidement sur les bords du compteur du côté cathode. Lorsqu'un compteur est traversé par un rayonnement électronique perpendiculairement au fil, Rogozinski et Voisin [R. 1] ont montré (fig. 7) que les extrémités



(D'après A. Rogozinski et A. Voisin.)

du fil sont en partie inefficaces sur une distance égale au rayon du compteur. L'inefficacité de 50 pour 100 environ observée par ces auteurs est valable pour des électrons; pour des photons, elle est plus faible, par suite des phénomènes secondaires (photoélectrons et photons de fluorescence) créés dans la partie inefficace et qui peuvent déclencher la décharge. Nous supposons que cette inefficacité est réduite de moitié. D'autre part, dans nos expériences,

le rayonnement est parallèle au fil du compteur et s'en écarte peu vers l'extrémité inférieure; on effectuera la correction d'inefficacité uniquement sur l'extrémité supérieure.

Enfin, les photoélectrons, ou les photons de fluorescence créés dans les extrémités du compteur, peuvent

déclencher la décharge.

Les photoélectrons créés par le rayonnement  $K_{\alpha}$  Ni dans l'argon ont une énergie maximum de 7500 eV. On détermine leur trajet à partir de la relation de

Nuttall et Williams [N. 1] :  $R = k \frac{E^2}{Z}$ , où R est le

vrai parcours; E l'énergie des électrons en électronvolts, Z le nombre atomique du gaz et k une constante. D'après cette relation, un électron de 7 keV a un vrai parcours de 0,4 mg: cm² dans l'argon (soit, 1,1 cm environ dans l'argon à la pression

de 15,65 cm de Hg et à 15° C).

Le parcours n'étant pas rectiligne la « portée » [T. 1] de ces électrons est, en pratique, plus faible d'environ 15 pour 100 dans le gaz du compteur. La portée des photo-électrons est donc à peu près égale à la longueur de l'espace « mort » compris entre fenêtre et extrémité du fil du compteur (1 cm). On estime que la proportion des photoélectrons créés dans l'espace mort atteignant la partie efficace du compteur est environ 30 pour 100. Un calcul analogue est valable pour l'espace mort du sommet du compteur. Soit une correction de 6 mm pour les extrémités.

En résumé : la longueur du fil étant 48 mm, on adopte pour longueur « efficace »

$$\left(48 - \frac{R}{4}\right) \,\mathrm{mm} \cong 50 \,\mathrm{mm}.$$

Dans ces conditions,  $\varepsilon_x = 0,22$  pour le compteur rempli à une pression de 15,65 cm d'Agon.

On ne peut espérer obtenir une grande précision pour le calcul de cette efficacité; pour améliorer cette valeur, il faudrait étalonner le compteur par un rayonnement X connu (dont l'intensité a été mesurée à l'aide d'une chambre d'ionisation absolue).

Pour les compteurs remplis d'A à des pressions de 7,5 et 60 cm de Hg, les valeurs respectives de  $\varepsilon_x$ sont 11 et 52 pour 100; nous avons vérifié effectivement que les nombres bruts expérimentaux étaient, toutes choses égales d'ailleurs, dans le rapport des efficacités.

4217. Absorption dans l'argon. — Le rayonnement traverse avant d'atteindre la zone efficace du compteur 0,6 cm d'argon contenant 15 pour 100 d'alcool. On néglige l'absorption dans l'alcool. Le coefficient d'absorption massique dans l'argon étant 146 (fig. 6), l'absorption dans 0,6 cm d'argon à la pression de 15,65 cm de Hg et à 150 C est 2,7 pour 100.

4218. Effet des photons K autres que  $K_{\alpha}$ . Outre les photons KaNi, le rayonnement K est composé d'environ 10 pour 100 de rayonnement  $K_{\beta}$ de longueur d'onde 1,5 Å, légèrement plus énergique (8250 eV). Cette partie  $K_{\beta}$  est environ 20 pour 100 moins absorbée avant de parvenir dans le compteur, mais le compteur est, par contre, 20 pour 100 moins efficace pour ce rayonnement. On peut donc négliger cette correction.

422. Détermination du nombre d'électrons (SANS CHAMP MAGNÉTIQUE). — On effectue les mesures sans champ magnétique, le nombre  $n_c$ d'impulsions obtenu est corrigé du mouvement propre, de la décroissance, du nombre de coups  $n_x$ dus aux rayonnements électromagnétiques; pour en déduire ensuite le nombre  $N_e$  d'électrons émis dans l'angle  $4\pi$  par unité de temps, par gramme de matière, certaines corrections sont nécessaires.

4221. Influence de la source et du support. — On réalise des sources aussi minces que possible de l'ordre du mg: cm² pour éviter les phénomènes multiples de diffusion et d'absorption des électrons très mous dans la matière de la source. On effectue alors la correction d'absorption par une méthode graphique analogue à celle employée pour le rayonnement X. L'expérience montre que l'on peut négliger cette correction de l'ordre de 1 pour 100 pour les électrons du 64Cu et 61Cu si les sources ne dépassent pas quelques mg : cm<sup>2</sup>.

Les sources ont des dimensions petites (2,5 mm de diamètre), de façon que chaque point de la source voit le diaphragme sous le même angle solide. Les sources sont déposées sur des supports d'Al d'environ 1 mg; cm2 et éloignées de toute matière susceptible de provoquer diffusions et réflexions parasites.

Dans ces conditions, on peut négliger les corrections dues au support et à la source.

4222. Influence de la canalisation. — Pour effectuer des mesures absolues correctes de rayons \u03b3, il est préférable d'opérer sans diaphragme secondaire (tout diaphragme autre que la fenêtre du compteur dans nos expériences) et à une distance de la fenêtre du compteur pas trop éloignée (pour diminuer les effets d'absorption et de diffusion des électrons mous sur les molécules d'air).

Dans nos expériences, nous avons cependant utilisé une canalisation assez stricte pour diminuer l'efficacité du compteur pour les photons d'annihilation, et une distance de 6,25 cm pour pouvoir éliminer les électrons par le champ magnétique.

Nous avons étudié l'influence des canaliseurs (nombre de coups rapportés à l'angle  $4\pi$  en fonction des diamètres des diaphragmes primaire et secondaire, de leur écartement, de leur distance à la source) et avons comparé les résultats obtenus avec les rayonnements électroniques du 64Cu, 61Cu

et du RaE provenant d'une source étalon de RaD+E+F en équilibre. Nous avons défini ainsi un angle solide effectif de 10<sup>-3</sup> pour notre dispositif standard (cet angle est plus faible que l'angle solide géométrique).

4223. Influence de la fenêtre du compleur (5,8 mg: cm²). — Nous l'avons estimé de deux manières: d'une part, en extrapolant à l'origine le début de la courbe logarithmique d'absorption pour des écrans d'Al placés contre la fenêtre du compteur (11 pour 100 pour Ra E; 14 pour 100 pour les positons du 6¹Cu). D'autre part, à partir de la forme du spectre continu, en tenant compte de la partie des électrons absorbés dans la fenêtre (9 pour 100 pour Ra E; 11 pour 100 pour les positons du 6¹Cu). Les premières valeurs sont un peu plus grandes: à l'effet d'absorption s'ajoutent des phénomènes complexes de scattering, qui diminuent le nombre d'électrons pénétrant dans le compteur. Nous avons préféré les premières déterminations.

4224. Efficacité du compteur pour les électrons. — On l'obtient au moyen de sources étalons de Ra E. Elle se trouve comprise dans l'angle solide effectif déterminé au paragraphe 4222.

Pour un compteur standard, l'inefficacité est de l'ordre de 5 pour 100. Elle atteint environ 7 à 8 pour 100 dans notre cas.

En tenant compte des corrections précédentes, on détermine le nombre absolu d'électrons émis par les sources de <sup>61</sup>Cu et <sup>64</sup>Cu.

Les résultats des mesures effectuées à la chambre d'ionisation et de celles effectuées à l'aide des compteurs à photons X sont indiqués dans le Tableau ci-contre.

Les valeurs obtenues permettent, d'une part, de calculer dans le cas de <sup>64</sup>Cu le rapport d'embranchement des émissions d'électrons négatifs et positifs : en effet, les mesures à la chambre d'ionisation donnent le nombre de positons :

$$N_{+} = (3,45 \pm 0,2) \cdot 10^{9} \text{ (Exp 1)},$$
  
 $N_{+} = (7.9 \pm 0.4) \cdot 10^{9} \text{ (Exp 2)};$ 

celles au compteur le nombre total d'électrons positifs et négatifs :

$$N_e = N_+ + N_- = (1,0 \pm 0,05).10^{10}$$
 (Exp 1),  
 $N_e = N_+ + N_- = (2,5 \pm 0,1).10^{10}$  (Exp 2),

d'où l'on déduit

$$\frac{N_{-}}{N_{+}} = 1.9 \pm 0.2 \text{ (Exp 1)},$$
 $\frac{N_{-}}{N_{+}} = 2.15 \pm 0.2 \text{ (Exp 2)}.$ 

Soit une valeur moyenne de  $2.0 \pm 0.15$ .

TABLEAU

Les valeurs indiquées dans le Tableau permettent, d'autre part, de calculer le rapport

$$\varphi = \frac{P_K}{P_+}.$$

Pour le 64Cu :

$$\rho_{64} = \frac{2.1 \cdot 10^{10}}{7.9 \cdot 10^9} = 2.65 \pm 0.4.$$

Pour le 61Cu:

$$\rho_{61} = \frac{2.1 \cdot 10^{14}}{3.80 \cdot 10^{14}} = 0.55 \pm 0.06.$$

La valeur du rapport R est donc

$$R = \frac{\rho_{64}}{\rho_{61}} = \frac{2,65}{0,55} = 4,8 \pm 0,4.$$

423. RÉSULTATS DES MESURES EN COÏNCIDENCES. — Des mesures en coïncidences ont été entreprises en vue de déterminer la proportion de photons de 1,35 MeV dans le cas de la transition  $^{64}$ Cu  $\rightarrow$   $^{64}$ Ni.

Nous avons trouvé, pour le  ${}^{61}$ Cu,  ${}_{2,1.10}^{-3}$ , coïncidence par photon d'annihilation et pour le  ${}^{64}$ Cu,  ${}_{2,25,10}^{-3}$  (à 5 pour 100 près environ), d'où l'on déduit qu'il peut exister quelques coïncidences  $x\gamma$  dans le cas du  ${}^{64}$ Cu.

Cette faible différence permet d'estimer qu'il existe au maximum 5 pour 100 de γ de 1,32 MeV par positon.

En résume : 1º Le rapport d'embranchement  $\frac{N_{-}}{N_{+}} = 2.0 \pm 0.15$  pour le 64Cu est en bon accord avec les déterminations précédentes plus précises :

obtenues par comparaison des aires des spectres  $\beta^-$  et  $\beta^+$  du  $^{64}$ Cu.

A remarquer aussi, l'accord entre les déterminations du nombre de positons de  $^{61}$ Cu effectuées à l'aide de la chambre d'ionisation  $(3,85\pm0,2)$  10<sup>11</sup> et des compteurs  $(3,75\pm0,2)$  10<sup>11</sup>.

On peut donc considérer nos différentes hypothèses sur le dénombrement des électrons comme satisfaisantes.

2º Le rapport  $R = \frac{\rho_{61}}{\rho_{61}} = 4.8 \pm 0.4$  est en accord également avec les valeurs d'Alvarez, 5, et de Bradt et al., 5.5 ± 0.3.

3º Les autres résultats constituent une première détermination

$$\rho_{64} = 2,65 \pm 0,4, \qquad \rho_{61} = 0,55 \pm 0,06.$$

5. Comparaison des résultats expérimentaux avec la théorie.

51. Nous utiliserons, pour faire cette comparaison, les formules classiques déduites de la théorie de Fermi (1) et donnant la probabilité  $P_K$  de capture K et celle  $P_+$  d'émission  $\beta^+$ .

On sait que dans le rapport  $\rho = \frac{P_K}{P_+}$  les fonctions d'onde nucléaires disparaissent;  $\rho$  dépend seulement des fonctions d'ondes des électrons et des neutrinos.

Les transitions étudiées dans cet article sont permises et l'on sait que, dans ce cas, les probabilités  $P_+$  et  $P_K$  sont identiques pour tous les opérateurs d'interaction.

On peut donc écrire (en unités universelles) :

$$\rho = \frac{P_h}{P_+} = \frac{G^{\frac{\pi}{2}}(\varepsilon_0 + \varepsilon_K)^2 \mathcal{G}_h^2}{G^{\frac{\Gamma + \gamma_0}{2}} \int_1^{\varepsilon_0} \varepsilon_P q^2 \mathcal{F}_0 d\varepsilon},$$

avec

$$G = \frac{g^2}{2\pi^3} \left| \int_{\mathfrak{R}} \psi^* O \Phi \, \mathrm{d}\tau \right|^2;$$

g, constante d'interaction de Fermi

$$\mathcal{F}_0 = 4 \left| \frac{\Gamma\left(\gamma_0 - i\alpha z \frac{\varepsilon}{p}\right)}{\Gamma(2\gamma_0 + 1)} \right|^2 (2pR)^{2\gamma_0 - 2} e^{-\frac{n\alpha z \varepsilon}{p}},$$

$$\gamma_0^2 = 1 - \alpha^2 z^2,$$

R, rayon nucléaire;

ε, p, énergie et quantité de mouvement de l'électron en unités mc² et mc;

ε<sub>0</sub>, énergie maximum emportée par l'électron.

 $g_K$  représente la fonction radiale principale pour la couche K (théorie de Dirac : spectre discontinu).

$$S_{K_{\rm i}} = \frac{1+\varepsilon_{\rm K}}{2\,\Gamma(\,2\,\gamma_0+1)}(\,2\,\alpha\,z\,)^3\,(\,2\,\alpha\,z\,R\,)^{2\gamma_0-2}\,{\rm e}^{\,2\,\alpha\,z\,R}\,,$$

 $\varepsilon_K$ , énergie de liaison de l'électron K:

$$\varepsilon_K = \gamma_0$$

d'où

$$\rho = \frac{\pi\Gamma(\gamma\gamma_0 + 1)(\varepsilon_0 + \varepsilon_K)^2(\alpha z)^{2\gamma_0 + 1} e^{-2\alpha z R}}{\int_1^{\varepsilon_0} \left|\Gamma\left(\gamma_0 - \iota\alpha z \frac{\varepsilon}{p}\right)\right|^2 \varepsilon q^2 p^{(2\gamma_0 + 1)} e^{-\frac{\pi\alpha z \varepsilon}{p}} d\varepsilon}.$$

52. **Transition**  ${}_{20}^{64}$ Cu  $\rightarrow {}_{28}^{64}$ Ni. — Le noyau final est pair-pair, son « spin » J est probablement nul.

(1) C. MOLLER, Physik Z. Sowiet Union, 1937, 11, p. 9.

Par contre, il est plus difficile d'estimer le spin du  $^{64}_{20}$ Cu; nous le supposerons égal à 1 : le noyau  $^{64}$ Cu comprend, en effet, un couple proton-neutron de plus que  $^{62}$ Ni dont le spin est nul, ce couple commence la couche 3 p(l=1) et possède très probablement le spin 1. Cette image, certes simpliste, donne souvent de bons résultats. D'autre part, la relativement faible période du  $^{64}$ Cu place ce noyau dans la région des courbes de Sargent, correspondant aux transitions permises; ce qui permet de supposer que la différence de spin entre  $^{64}$ Ni et  $^{64}$ Cu est zéro ou 1.

Le calcul de  $\rho$  peut donc être effectué en utilisant la formule précédente, valable dans le cas des transitions permises; on trouve alors

$$\rho_{64} = 2,35.$$

En fait, la capture  $^{64}$ Cu  $\rightarrow$   $^{64}$ Ni est complexe : le retour à l'état fondamental  $^{64}$ Ni peut se faire soit directement (cas envisagé dans le calcul précédent), soit par l'intermédiaire d'un état excité  $^{64}$ Ni\* et émission d'un photon  $\gamma$  de 1,35 MeV environ. Ces deux transitions sont vraisemblablement permises, on peut donc, à l'aide de la formule précédente, déterminer les probabilités relatives  $P_1$  et  $P_2$  de ces deux possibilités dans lesquelles en première approximation seule l'énergie diffère.

D'où

$$\frac{P_1}{P_2} = \left(\frac{\varepsilon_0' + \varepsilon_K}{\varepsilon_0^2 + \varepsilon_K}\right)^2.$$

Transition 1 :  $^{64}\text{Cu} \rightarrow ^{64}\text{Ni}$ ; énergie de la transition

$$\varepsilon_0^1 + \varepsilon_K = 1,667 \text{ MeV}.$$

Transition 2 :  $^{64}$ Cu  $\rightarrow$   $^{64}$ Ni; énergie de la transition

$$\begin{split} \varepsilon_0^2 + \varepsilon_K &= 1,667 - 1,35 = 0,317 \text{ MeV}, \\ \frac{P_1}{P_2} &= \left(\frac{1,667}{0,317}\right)^2 \cong 27,5. \end{split}$$

En tenant compte de la valeur  $\frac{P_4}{P_+}=2,35$  déterminée ci-dessus, on en déduit

$$\frac{P_K}{P_+} = \frac{P_1 + P_2}{P_+} = \frac{P_1}{P_+} \left( 1 + \frac{P_2}{P_1} \right) = 2,35 \left( 1 + \frac{1}{27,5} \right) \approx 2,4,$$

$$\frac{P_2}{P_+} = \frac{2,35}{27,5} = 8,5 \text{ p. 100.}$$

Ces deux valeurs calculées sont en bon accord avec les valeurs expérimentales  $(\rho_{64})_{\rm exp}=2,65\pm0,4$  et  $\frac{P_2}{\bar{P}_+}=\frac{N_{\nu}}{N_+}$  est vraisemblablement inférieur à 10 pour 100.

53. Transition  $^{61}\text{Cu} \rightarrow ^{61}\text{Ni}$ . — On ne connaît pas les spins du  $^{61}\text{Cu}$  et  $^{61}\text{Ni}$ ; les hypothèses sont encore plus délicates à formuler que dans le cas du  $^{64}\text{Cu}$ . Certes, la transition est permise et la variation du spin est zéro ou 1; mais, d'autre part, il semble que le  $^{61}\text{Cu}$  commencerait la couche 3p alors que  $^{61}\text{Ni}$  occuperait un des niveaux de la couche 4f; la transition  $^{61}\text{Cu} \rightarrow ^{61}\text{Ni}$  s'effectuerait donc avec changement de couche. Le spin de  $^{61}\text{Cu}$  pourrait être vraisemblablement  $\frac{3}{2}$  et celui du  $^{61}\text{Ni}$ ,  $\frac{5}{2}$ .

La variation de spin des noyaux  $^{61}$ Cu et  $^{61}$ Ni est 1 et l'on peut encore utiliser la formule des transitions permises; le calcul donne :  $\rho_{61} = 0.3$ .

Comme on n'a pas observé de rayonnement  $\gamma$ , la capture est simple et cette valeur représente effectivement  $\frac{P_K}{P_L}$ .

Cependant, cette valeur 0,3 est en désaccord net avec la valeur expérimentale 0,55  $\pm$  0,06; l'erreur d'environ 10 pour 100 faite sur la valeur expérimentale est certes un ordre de grandeur, mais il semble difficile d'admettre un résultat différent de plus de 45 pour 100.

On retrouve ainsi localisé sur  $\rho_{61}$  le désaccord entre les valeurs expérimentales et théoriques du rapport  $\frac{\rho_{64}}{\rho_{61}}$  signalées par Bradt et al., (B<sub>2</sub> et B<sub>3</sub>):

$$\left(\frac{\rho_{64}}{\rho_{61}}\right)_{\text{exp}} \simeq 5 \pm 0.5, \qquad \left(\frac{\rho_{64}}{\rho_{61}}\right)_{\text{th}} \cong 8.$$

#### 6. Conclusions.

61. Nous avons déterminé expérimentalement, en dénombrant directement les photons x et les positons, le rapport d'embranchement de capture K et d'émission  $\beta^+$  pour les nuclides  $^{64}$ Cu et  $^{61}$ Cu. Nous avons trouvé

$$\left(\frac{P_K}{P_+}\right)_{61} = 2,65 \pm 0,4$$
 et  $\left(\frac{P_K}{P_+}\right)_{61} = 0,55 \pm 0,06$ 

et le rapport de ces valeurs  $4.8 \pm 0.4$  est en accord avec les résultats précédents.

- 62. Incidemment, nous avons redéterminé, par la même méthode :
- 621. Le rapport d'embranchement d'émission  $\beta^-$  et  $\beta^+$  pour le nuclide <sup>64</sup>Cu : notre valeur 2,0  $\pm$  0,15 s'accorde bien avec les déterminations antérieures.
- 622. La proportion de photons de 1,35 MeV accompagnant la transformation du <sup>64</sup>Cu, notre résultat 5 pour 100 est un ordre de grandeur compa-

rable avec la valeur (10 ± 2) pour 100 donnée par Bradt et Al (2).

63. Nous avons localisé sur 61 (u le désaccord entre les valeurs expérimentales et théoriques du rapport  $\frac{\rho_{63}}{\rho_{61}}$ . La théorie classique de Fermi prévoit, pour  $\rho_{61} = 0,3$ ; l'expérience donne environ 0,55 (à 10 pour 100); il est possible que l'erreur sur l'efficacité du compteur de photons X ait été sous-estimée (aussi une détermination de cette efficacité est en

(2) M. Deutsch [D 2], à l'aide d'un spectromètre à lentille magnétique, a obtenu récemment (2,5 ± 0,5) pour 100.

cours par comparaison avec une chambre d'ionisation absolue pour rayons X mous); toutefois, la différence de 45 pour 100 entre expérience et théorie est certainement très supérieure à l'erreur sur la valeur expérimentale.

Nous tenons à remercier le Professeur F. Joliot, pour l'intérêt porté à cette étude effectuée au Collège de France, Laboratoire de Chimie nucléaire.

L'un de nous tient à remercier très vivement le Professeur I. Curie, pour les conseils qu'elle a bien voulu lui prodiguer.

Manuscrit reçu le 13 décembre 1948.

#### BIBLIOGRAPHIE.

- [A 1]. L. W. ALVAREZ, Phys. Rev., U. S. A., 1938, 54,
- [B 1]. H. BRADT, P. C. GUGELOT, O. HUBER, H. MEDICUS, P. PREISWERK et P. SCHERRER, Helv. Phys. Acta, 1945, 18, p. 351.
- [B 2]. H. BRADT, P. C. GUGELOT, O. HUBER, H. MEDICUS, P. PREISWERK, P. SCHERRER et R. STEFFEN, Helv. Phys. Acta, 1946, 19, p. 219.
- [B 3]. H. Bradt, P. C. Gugelot, O. Huber, H. Medicus, P. Preiswerk et P. Scherrer, Helv. Phys. Acta, 1945, 18, p. 252.
- [B 4]. R. BOUCHEZ et G. A. RENARD, J. Phys. Radium, 1947, nº **10**, p. 289.
- [C 1]. C. S. Cook et L. M. LANGER, Phys. Rev., U. S. A., 1948, **73**, p. 601.
- [C 3]. A. H. COMPTON et S. K. ALLISON, X-rays in theory and experiment, New-York, 1947.

- [D 1]. M. DEUTSCH et L. G. ELLIOT, Phys. Rev., U. S. A.,
- 1944, **65**, р. 211. [D 2]. М. DEUTSCH, *Ibid.*, 1947, **72**, р. 729.
- [G 1]. W. M. GOOD, D. PEASLEE et M. DEUTSCH, Phys. Rev., U. S. A., 1946, 69, p. 313.

  [K 1]. F. N. D. KURIE et M. TER-POGOSSIAN, Phys. Rev.,
- U. S. A., 1948, **74**, p. 677. [N 1]. J. M. NUTTALL et E. J. WILLIAMS, *Phil. mag.*,
- G. B., 1926, **2**, p. 1109, [R 1]. A. Rogozinski et A. Voisin, C. R. Acad. Sc., Paris, 1947, 225, p. 409.

- [S 1]. P. SAVEL, Cah. Phys., 1944, 19, p. 39.
  [S 2]. P. SUE, J. Chim. Phys., 1942, 39, p. 85.
  [T 1]. TSIEN SAN-TSIANG, C. MARTY et B. DREYFUS, J. Phys. Radium, 1947, 9, p. 269.
- [V 1]. S. K. VAN VOORHIS, Phys. Rev., U. S. A., 1936, **50**, p. 895.

# SUR LES FACTEURS DE RÉFLEXION, DE TRANSMISSION ET D'ABSORPTION DES LAMES MÉTALLIQUES MINCES

Par P. ROUARD, Professeur à la Faculté des Sciences de Marseille.

Sommaire. — L'étude systématique des facteurs de réflexion, de transmission et d'absorption des lames métalliques minces, en fonction de leur épaisseur, a permis de mettre en évidence un certain nombre de résultats intéressants que les premières recherches ne laissaient pas prévoir. Pour les expliquer on a mis au point des méthodes graphiques qui permettent de tracer rapidement les courbes donnant ces différents facteurs en fonction de l'épaisseur des lames et des constantes optiques du métal qui les constitue. On a pu ainsi contribuer à la résolution d'un certain nombre de problèmes pratiques tels que la diminution ou l'augmentation du facteur de réflexion d'une surface, la division d'un faisceau lumineux en deux parties égales, etc. Enfin on a retrouvé, pour l'énergie réelle absorbée par la lame, des variations périodiques, fonction de l'épaisseur, qui présentent des analogies certaines avec les phénomènes de résonance que l'on observe lors de l'action d'une onde électromagnétique sur un résonateur.

Introduction. — Les lames solides très minces étaient utilisées il y a une vingtaine d'années dans un certain nombre d'appareils ou de techniques mais leur étude apparaissait aux physiciens comme quasi terminée; seuls quelques attardés s'y intéressaient encore qu'attirait peut-être la simplicité des moyens matériels à mettre en œuvre pour s'y livrer.

Pourtant, depuis une dizaine d'années, les progrès accomplis sont considérables tant au point de vue théorique qu'au point de vue expérimental. Le résultat le plus spectaculaire : l'obtention des « verres invisibles » a même touché le grand public à la suite de l'utilisation de tels verres dans la construction de nombreux appareils d'optique (objectifs photographiques, jumelles, etc., dont ils augmentent considérablement la clarté.

Parmi ces lames minces solides les couches métalliques ont une très grande importance. Tandis que deux paramètres, épaisseur et indice de réfraction, sont suffisants pour caractériser les lames transparentes à faces parallèles, la définition des lames minces métalliques impose la connaissance d'un troisième paramètre : l'indice d'extinction. Les métaux absorbent en effet la lumière. Déposés en couche mince sur des supports, transparents ou non, ils donnent lieu à des applications très intéressantes utilisant, soit le fait qu'ils peuvent avoir un facteur de réflexion élevé (miroirs), soit une transparence sélective (filtres optiques), soit une combinaisons judicieuse des deux (lames semi-transparentes servant à séparer un faisceau lumineux en deux ou plusieurs parties, microscopes binoculaires,

interféromètres, etc.). Préparées sans support, ces couches minces métalliques servent à étudier les rayonnements corpusculaires ou électromagnétiques très absorbables, la diffraction des électrons, etc. Enfin, la métallisation de certains textiles, la fabrication d'appareils photographiques destinés à la photographie en couleurs ou des disques de phonographes et bien d'autres applications, ont fait utiliser ces lames dans des techniques industrielles variées.

Je voudrais présenter rapidement quelques-uns des résultats obtenus récemment, au laboratoire de Physique générale de la Faculté des sciences de Marseille, dans l'étude des facteurs de réflexion, de transmission et d'absorption de ces lames métalliques très minces et donner quelques indications sur les progrès que cette étude a permis de réaliser en ce qui concerne les applications.

Étude des facteurs de réflexion. — Il y a une vingtaine d'années on ne possédait que très peu de résultats expérimentaux. Hagen et Rubens [1] avaient bien publié, au début du siècle, quelques courbes donnant, en fonction de l'épaisseur et pour une radiation monochromatique de longueur d'onde déterminée, le facteur de réflexion côté air de lames d'or déposées sur du quartz (fig. 1).

Malheureusement ces courbes, tracées au moyen de cinq points expérimentaux seulement, sont incorrectes pour les épaisseurs inférieures à 30 mµ. Les auteurs ont, en effet, interpolé linéairement entre cette épaisseur et l'origine prenant ainsi arbitrairement O comme facteur de réflexion du quartz nu alors qu'en réalité ce facteur de réflexion est

voisin de 0,04 ou 0,08, suivant que le support est prismatique ou à faces parallèles. Ce faisant ils ont accrédité l'idée d'une variation régulière et facile à prévoir des facteurs de réflexion, de transmission et d'absorption avec l'épaisseur de métal. Une augmentation de l'épaisseur provoquait toujours une augmentation des facteurs de réflexion et d'absorption ainsi qu'une diminution du facteur de transmission.

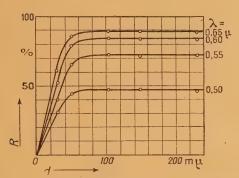


Fig. 1. — Variation des facteurs de réflexion air-or en fonction de l'épaisseur.

En particulier, la diminution de ce dernier devait se faire suivant une loi exponentielle. Il en résultait que la courbe donnant la densité optique d'une couche métallique, pour une longueur d'onde déterminée, en fonction de l'épaisseur de cette couche, devait être une droite. On pouvait donc, réciproquement, après avoir tracé cette droite au moyen de deux ou trois points expérimentaux, s'en servir pour déterminer l'épaisseur d'une couche à partir de sa densité optique. De plus il était admis que les lames minces métalliques avaient, par transparence, lorsque la lumière incidente était blanche, des couleurs bien définies. L'argent était bleu, l'or vert, le platine gris, etc. La réalité était cependant tout autre.

Couches antireflets. — En étudiant systématiquement, en lumière monochromatique, les variations, en fonction de l'épaisseur de la couche, des facteurs de réflexion côté air et côté support, de lames minces d'or, d'argent et de platine déposées sur des lames de verre prismatiques, j'ai montré en 1932 [2] que les facteurs de réflexion côté support passaient par un minimum très voisin de o (fig. 2 a et 2 b).

Autrement dit, pour l'épaisseur de métal considérée (par exemple 5,2 mµ pour l'or et la radiation de longueur d'onde 4358 Å) la surface verre-métal est « sans reflets » quand la réflexion s'effectue dans le verre sur le métal. Il en résulte qu'une lame de verre à faces planes et parallèles dont les deux faces sont recouvertes d'une couche d'argent ou d'or, d'épaisseur convenable, ne donne plus lieu à des phénomènes d'interférence (anneaux à l'infini par exemple).

Reprenant ces expériences, avec des lames d'or et

d'argent, Goos [3] confirma quatre ans plus tard ces résultats et les étendit à des radiations de l'ultraviolet et du proche infrarouge, tandis qu'à la même époque Langmuir [4] puis Cartwright [5], utilisant des lames minces transparentes réussissaient à observer le phénomène côté air et à le rendre non sélectif grâce à l'emploi de couches multiples d'épaisseurs convenables. Le « verre invisible », était né. Depuis la technique s'est perfectionnée et la réalisation de telles couches (cryolithe, oxyde de titane, etc.) est entrée dans la pratique industrielle.

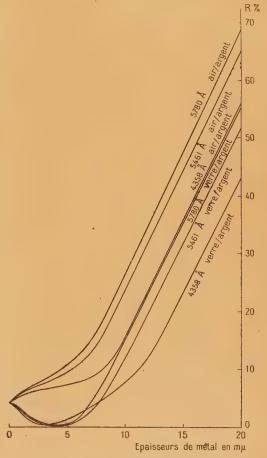


Fig. 2 a. — Variation des facteurs de réflexion de l'argent en fonction de l'épaisseur (Rouard).

En ce qui concerne les couches métalliques minces, objet du présent article, l'existence d'un minimum, d'ailleurs non nul, du facteur de réflexion côté support avait été prévu théoriquement par Kaempf [6] puis par Goldschmidt [7] pour le platine, métal à constantes optiques relativement élevées. Il était imprévisible théoriquement pour l'or et l'argent en prenant pour constantes optiques de la couche mince celles du métal massif (fig. 3).

Force fut donc de supposer que les constantes optiques variaient avec l'épaisseur, hypothèse

que Drude [8] et quelques auteurs avaient déjà faite pour expliquer certaines propriétés de ces lames.

Par suite de ces phénomènes les lames très minces d'or et d'argent changent de coloration en dessous d'une certaine épaisseur. Par exemple l'or qui est

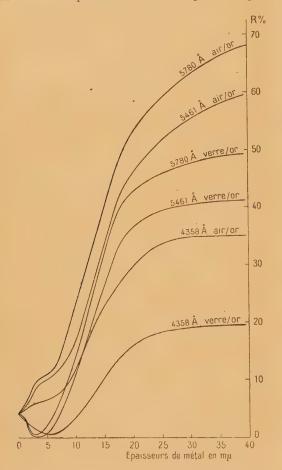


Fig. 2 b. — Variation des facteurs de réflexion air/or et verre/or en fonction de l'épaisseur du métal.

vert jaunâtre au-dessus de 4 m $\mu$  devient bleu vert puis franchement bleu vers 2,7 m $\mu$  et enfin rose violacé vers 1,5 m $\mu$  [9].

Théorie des phénomènes. — D'autres particularités intéressantes ne devaient pas tarder à être observées qui, pour être expliquées, allaient nécessiter un calcul systématique des variations des facteurs de réflexion, de transmission et d'absorption en fonction des constantes optiques et de l'épaisseur des couches.

D'une part, Goos [3], en étudiant des lames minces d'argent déposées sur du quartz, avait montré que les facteurs de réflexion de telles lames côté air et côté quartz pouvaient passer, lorsque la lumière incidente est une radiation monochromatique de longueur d'onde 2653 Å, par un maximum très net (fig.4 a) et que, de plus, le facteur de réflexion

côté support pouvait devenir, pour une même épaisseur de métal, nettement supérieur au facteur de

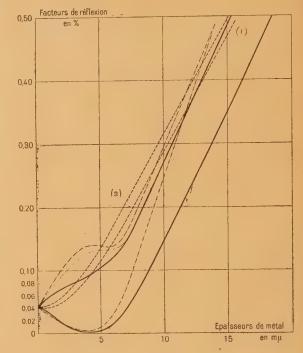


Fig. 3. — Facteurs de réflexion pour  $\lambda = 5780 \,\text{Å}$ .

expérimentaux;
----- calculés à partir des constantes du métal massif;
----- autres constantes.

réflexion côté air, contrairement à tous les résultats expérimentaux et théoriques alors connus (fig. 4 b).

D'autre part, étudiant avec M. Perrot [11] des lames minces de chrome, de coefficient d'extinction très faible, nous mîmes en évidence le fait que les facteurs de réflexion et de transmission de telles couches pouvaient passer, lorsque l'épaisseur de métal croît, par une série de maxima et de minima, ce qui nous permit d'obtenir un interféromètre de Perrot-Fabry à lames « chromées » de grande transparence et de montrer tout l'intérêt que présenterait la production d'une lame transparente d'indice de réfraction voisin de 3 (M. Dufour a fait faire récemment de grands progès à ces questions).

Une étude théorique de ces phénomènes devenait nécessaire. Pour cela il fallait, pour chaque épaisseur, calculer, en fonction de constantes optiques déterminées, les facteurs de réflexion, de transmission et d'absorption. Cela nécessitait des calculs très longs et très pénibles. Ce fut le mérite de M. Perrot [12] de montrer que le problème pouvait être traité graphiquement, ce qui le simplifiait considérablement.

Méthodes graphiques. — La méthode de M. Perrot [12], développée et améliorée par la suite

par P. Cotton [13] et D. Male [14], permet de tracer, très facilement et très rapidement, les courbes donnant, en fonction de l'épaisseur de métal, les

Nº 4.

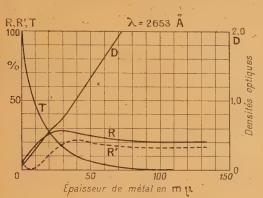


Fig. 4 a.

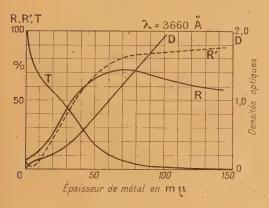


Fig. 4 b.

Fig. 4 a et 4 b. - Facteurs de réflexion et de transmission de lames d'argent déposées sur quartz (courbes tracées d'après les nombres de Goos).

variations des facteurs de réflexion, de transmission et d'absorption. Nous allons le montrer sur un exemple.

Pour cela calculons le facteur de réflexion R d'une lame simple, d'épaisseur  $d_1$ , d'indice complexe  $n_1 - i x_1$ , séparant deux milieux indéfinis d'indices  $n_0$  et  $n_2$  (fig. 5). Nous supposerons pour simplifier,

que le milieu O est transparent et que par conséquent son indice no est réel. Nous opérerons en incidence normale, avec une radiation monochromatique de longueur d'onde λ. Ce cas correspond à une lame métallique mince déposée sur un support en forme de coin, de façon à éliminer la réflexion de la seconde surface de séparation et les réflexions multiples dans le support.

Désignons par  $a_0$ ,  $b_0$ ,  $a_2$  les amplitudes des ondes incidente, réfléchie et transmise. Ces amplitudes sont représentées en général par des grandeurs complexes. Toutefois on peut considérer que  $a_0$ est réel car il représente l'amplitude de l'onde incidente.

Toute modification subie par l'onde lumineuse incidente va pouvoir être caractérisée par un facteur de réflexion ou de transmission complexe dont le module sera le facteur multipliant l'amplitude et dont l'argument exprimera la variation de phase correspondante.

Dans ces conditions on montre [15], en appliquant la théorie électromagnétique de la lumière, que les rapports des amplitudes complexes  $b_0$  et  $a_2$ , de l'onde réfléchie dans le milieu 0 et de l'onde transmise dans le milieu 2, à l'amplitude  $a_0$  de l'onde incidente, sont donnés par les relations :

$$\frac{b_0}{a_0} = \frac{r_1 e^{2ip} + r_2}{r_1 r_2 + e^{2ip}} = \rho e^{i\varphi}$$

$$\frac{a_2}{a_0} = (1 + r_1)(1 + r_2) e^{ip} e^{\frac{2\pi i n_2 \frac{d_1}{\lambda}}{\lambda}} = \tau e^{i\psi},$$

$$i = \sqrt{-1},$$
  $r_1 = \frac{n_0 - n_1}{n_0 + n_1} = \rho_1 e^{i\phi_1},$   $e^{2ip} = e^{i\pi i n_1 \frac{d_1}{h}}.$ 

$$r_2 = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} = \rho_2 e^{i\phi_2}.$$

Pour passer des amplitudes aux intensités réfléchies on utilise la relation

$$I = \frac{c}{8\pi} nA^2,$$

c, vitesse de la lumière,

n, indice de réfraction,

A, amplitude,

qui donne l'intensité en fonction de l'amplitude dans un corps de constante diélectrique  $\varepsilon = n^2$ .

Il en résulte que le facteur de réflexion de la lame, dans le premier milieu R, est donné par la relation

$$R = \left(\frac{b_0}{a_0}\right)^2 = \rho^2.$$

La variation absolue de phase φ à la réflexion est égale à l'argument du rapport  $\frac{b_0}{a_0}$ .

Le problème consiste donc, en définitive, à déterminer le module et l'argument d'un rapport  $\frac{b_0}{a_0}$  de nombres complexes qui peut s'écrire :

$$\frac{b_0}{a_0} = r_1 \frac{r_2}{r_1} + e^{2ip}$$
(A)

Posons

$$-\frac{r_2}{r_1} = \alpha = \frac{\rho_2}{\rho_1} e^{i(\varphi_2 - \varphi_1 - \pi)},$$
  
$$-r_1 r_2 = \beta = \rho_1 \rho_2 e^{i(\varphi_1 + \varphi_2 + \pi)}$$

nous obtenons, en changeant les signes haut et bas dans la relation (A),

$$\rho e^{i\varphi} = \frac{b_0}{a_0} = \rho_1 e^{i\varphi_1} \frac{\alpha - e^{2ip}}{\beta - e^{2ip}}.$$

Portons alors dans le plan de la variable complexe z = x - iy les points A d'affixe  $\alpha$ , B d'affixe  $\beta$  et M d'affixe  $e^{2ip}$  (fig. 6). On a immédiatement :

$$\rho = \rho_1 \frac{\overline{MA}}{\overline{MB}}, \qquad \phi = \phi_1 + \widehat{MB}, \overline{MA},$$

d'où:

$$R = \wp_1^2 \frac{\overline{MA}^2}{\overline{MB}^2}.$$

Dans le cas d'une lame métallique on a

$$n_1 = v_1 - i x_1$$
:

On peut donc écrire :

$$e^{2i\rho} = e^{4\pi l(\nu_i - i\varkappa_i)} \frac{d_i}{\hbar}.$$

Ce qui devient, en posant :

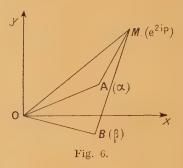
$$0 = 4\pi i v_1 \frac{d_1}{\lambda} \quad \text{et} \quad k = \frac{v_1}{v_1},$$

$$e^{2ip} = e^{i\theta} \circ k\theta$$

Par conséquent, lorsque l'épaisseur d de la lame métallique varie tandis que les indices de réfraction  $\nu_1$  et d'extinction  $\varkappa_1$  restent constants, le point M décrit, dans le plan de la variable complexe, une spirale logarithmique de paramètre k ainsi que l'a montré P. Cotton [16].

Il suffit donc de tracer cette spirale, de la graduer

en fonction de l'épaisseur et de porter sur le graphique les points A et B, pour obtenir immédiatement, par une mesure et un calcul très simples, R et  $\varphi$  et étudier ensuite leurs variations lorsque M se déplace sur la spirale.



On montre que la même spirale permet d'obtenir le facteur de réflexion côté support R' et le facteur de transmission T.

On voit que les caractéristiques de la spirale ne dépendent que des caractéristiques de la lame mince métallique. Lorsque le support change et par conséquent son indice  $n_2$ , la spirale ne change pas. Seuls les affixes des points A et B changent et par conséquent leurs positions. Ceci est très intéressant, comme l'a montré P. Cotton [17], dans le cas des couches multiples. Si la lame mince, au lieu d'être une lame métallique, est transparente, l'indice d'extinction x, est nul, par conséquent on a  $k = \frac{x_1}{2} = 0$ . La spirale devient un cercle de revents

 $k=\frac{\varkappa_1}{v_1}=$  o. La spirale devient un cercle de rayon 1. Voici par exemple, d'après P. Cotton, comment varient en fonction de l'épaisseur, ou plutôt de la quantité  $\frac{v_1 d_1}{\lambda}$ , les facteurs de réflexion et de transmission d'une lame de silicium d'indice  $n_1=4.24-0.48i$  déposée sur du crown d'indice 1.52 (fig. 7).

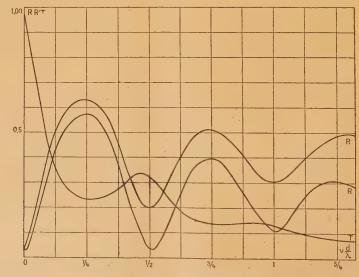


Fig. 7. — Variation des facteurs de réflexion et de transmission d'une lame de silicium déposée sur verre (P. Cotton).

On trouve, grâce à cette méthode graphique, très facilement les conditions nécessaires pour que le facteur de réflexion côté air soit nul (couches antireflets) que la lame support soit en verre (milieu transparent :  $n_2$  réel) ou en métal ( $n_2$  complexe). On peut d'ailleurs étendre la méthode au cas des couches multiples antireflets ou à facteurs de réflexion élevés.

Le tracé des courbes donnant les facteurs de réflexion et de transmission, en fonction des constantes optiques, est devenu ainsi très facile et très rapide. Cela a permis à M. Perrot, P. Cotton et D. Male [18] de tracer les réseaux de courbes correspondant à des indices de réfraction et d'absorption ayant toutes les valeurs comprises entre 0,1 et 4 et particulièrement 0,5; 1; 1,5; 2; 2,5; 3; 3,5; 4. Grâce à ces réseaux de courbes on a pu non seulement expliquer toutes les particularités déjà observées pour les variations des facteurs de réflexion et de transmission mais encore en prévoir d'autres.

Augmentation du facteur de réflexion. — Le problème de l'augmentation des facteurs de réflexion des métaux est extrêmement important. Les courbes de la figure 8 dues à P. Cotton montrent que, lorsqu'on dépose un corps d'indice 2,4 sur de l'argent massif, on augmente considérablement le facteur de réflexion de ce métal et on obtient une réflexion quasi totale.

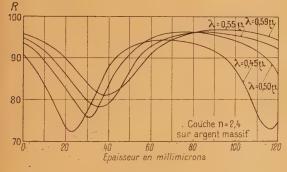


Fig. 8.

Cette réflexion est évidemment sélective dans le cas d'une couche simple, mais elle l'est moins que sur de l'argent nu. On peut la rendre pratiquement non sélective au moyen de couches multiples en choisissant convenablement les épaisseurs et les indices de chacune des couches. Le problème est évidemment inverse de celui des couches « antireflets »; ici on augmente le facteur de réflexion du support et, de plus, on le protège contre les atteintes possibles du milieu extérieur s'il s'agit d'un métal; protection qui peut être très importante dans la pratique.

Détermination des constantes optiques. — Sur ces problèmes pratiques se greffe un problème théorique important. Les couches métalliques minces sont caractérisées par trois paramètres; à savoir : leur indice de réfraction : v; leur indice d'extinction :  $\times$  et leur « épaisseur » :  $d_1$ . Connaissant  $\nu$ ,  $\times$  et  $d_1$ , " relatifs à une couche donnée, on peut calculer les facteurs de réflexion R, R' et de transmission T, en supposant l'indice du support donné. Malheureusement les expressions qui permettent ce calcul ne se laissent pas renverser et on ne peut pas expliciter de façon rigoureuse v et x en fonction de R, R', T. Or, ces dernières quantités sont fournies par l'expérience et il est intéressant de déduire de leurs valeurs celles des indices v et x. Il fallait se contenter jusqu'à présent d'une construction graphique dont le principe a été indiqué par Murmann [19] et pour l'emploi de laquelle il faut supposer  $d_1$  connu.

On pouvait cependant obtenir des valeurs approchées de x et v en fonction de R, R' T au moyen de formules dites de Wolter [20]. En effet, cet auteur a montré qu'il existait, en première approximation, entre ces quantités, la relation:

$$R=R'\bigg(\mathbf{1}-\frac{n_0}{n_2}\bigg)(\mathbf{1}-T),$$

où  $n_2$  est l'indice du support transparent et  $n_0$  l'indice de l'air, ou plus généralement du milieu extérieur.  $R,\ R',\ T$  ne fournissent en définitive que deux relations indépendantes pour le calcul de  $\nu,\ \varkappa$  et  $d_1$ ; il est donc indispensable de déterminer l'épaisseur  $d_1$  par une méthode directe. Le plus souvent l'épaisseur  $d_1$  est déterminée par pesée, ce qui, en réalité, ne donne qu'un repérage mais non une mesure, car la connaissance de la valeur exacte de cette dernière dépend de la connaissance de la densité. Or, celle-ci n'est pas, a priori, constante avec l'épaisseur. Certains travaux récents ont même montré qu'aux très faibles épaisseurs il y avait des écarts notables.

Reprenant les calculs de Wolter, M. Perrot [21] a réussi dernièrement à généraliser les relations établies par cet auteur et il a de plus montré que, dans un cas particulier, celui où R' est nul, on peut obtenir des relations rigoureuses permettant de calculer directement  $\nu$ ,  $\kappa$  et  $d_1$ , connaissant R' = 0, R et T. C'est là un progrès certain qui permet une détermination exacte de l'épaisseur optique; épaisseur qui n'est pas forcément la même que celle obtenue par pesée.

Jusqu'à présent il a été surtout question de couches minces déposées sur un support transparent constitué par du verre ou du quartz. Lorsque le support n'est pas transparent le problème se modifie, puisque l'on a plus à considérer que le facteur de réflexion dans l'air sur la couche mince : R. Si la couche mince est transparente, la courbe donnant le facteur de réflexion en fonction de l'épaisseur d<sub>1</sub> présente évidemment une série de maxima et de minima. Connaissant la valeur du premier maximum, la valeur

du premier minimum et le facteur de réflexion du métal massif, M. Perrot [21] a montré que l'on pouvait calculer l'indice de la couche et son épaisseur.

JOURNAL DE PHYSIQUE

Division d'un faisceau lumineux en deux parties égales. — Un autre problème important au point de vue pratique, est celui de la division d'un faisceau lumineux en deux parties égales avec une absorption minimum. Jusqu'à présent, dans les appareils où cette division en deux parties égales est nécessaire: microscopes ou loupes binoculaires, télémètres d'appareils photographiques, etc., on utilisait des lames semi-transparentes constituées par une lame de verre sur laquelle on avait déposé une couche mince de platine, d'argent ou d'aluminium. Malheureusement, ces métaux ont un coefficient d'absorption très grand et une bonne partie de la lumière (environ 40 pour 100 pour l'argent) est perdue.

Si R est la lumière réfléchie, T la lumière transmise, A la lumière absorbée, et si l'intensité incidente est prise comme unité, on a :

$$R + T + A = 1.$$

Il faut R=T et A=o pour utiliser au mieux la lumière. On est donc amené à employer des lames minces non absorbantes. On montre que, dans ce cas, la courbe donnant le facteur de réflexion en fonction de l'épaisseur passe par une série de maxima et de minima. Dans le cas où :

$$1 < \gamma < n_2$$

c'est-à-dire lorsque l'indice de la lame mince transparente est compris entre l'indice de l'air et l'indice du support transparent; la valeur du facteur de réflexion maximum  $R_{\tt M}$  est donnée par :

$$R_{\mathrm{M}} = \left(\frac{\mathsf{v}^2 - n_2}{\mathsf{v}^2 + n_2}\right)^2.$$

Lorsque  $\nu$  varie la courbe donnant  $R_M$  a l'allure suivante (fig. 9):

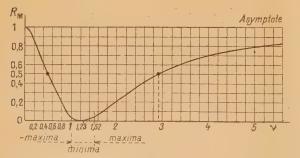


Fig. 9.

Une même valeur du maximum peut être atteinte pour deux valeurs différentes de  $\nu$ . Cette courbe

montre qu'en réflexion normale, et pour une lumière monochromatique donnée, on résout au mieux le problème de la division d'un flux lumineux en deux parties égales au moyen d'une couche mince d'un corps d'indice d'extinction pratiquement nul et d'indice de réfraction égal à 2,9 (si n=1,52).

En lumière blanche on aura évidemment des phénomènes sélectifs. Pour les éliminer, il faut faire appel à des couches transparentes multiples d'épaisseurs et d'indices convenables.

Energie absorbée dans une lame métallique.

- L'étude de l'énergie absorbée dans une lame métallique a conduit P: Cotton [22] à un résultat extrêmement intéressant, car il montre que l'on peut retrouver, avec les ondes lumineuses, des propriétés qui semblaient jusqu'ici l'apanage des ondes hertziennes. En principe, ondes lumineuses et ondes hertziennes sont des ondes électromagnétiques qui ne diffèrent que par leurs longueurs d'onde. Pourtant il ne semble pas que l'on ait jusqu'ici signalé de phénomènes de résonance en optique en donnant au mot résonance le sens qu'il a lorsqu'on étudie les circuits oscillants ou les antennes. Dans ces systèmes la résonance peut être caractérisée par le fait que l'énergie absorbée passe par des maxima ou des minima lorsque la période propre du récepteur passe par des valeurs bien définies; l'amplitude de l'onde incidente restant fixe.

La résonance étant ainsi définie, on peut retrouver, en étudiant l'absorption des lames métalliques minces, un phénomène analogue.

Soit une onde incidente d'énergie i tombant sur une lame métallique. Cette énergie va être réfléchie, absorbée ou transmise par la lame de telle sorte que l'on peut écrire :

$$I = R + T + A$$
, d'où.  $A = I - R - T$ .

Grâce aux courbes donnant R et T, que les méthodes graphiques exposées ci-dessus permettent d'obtenir très facilement, il est possible de déterminer A pour différentes épaisseurs  $d_1$  et différentes valeurs  $\nu$  et  $\varkappa$  des indices de réfraction et d'absorption d'une lame métallique.

On constate que l'absorption ne croît pas d'une manière exponentielle lorsque l'épaisseur de métal croît. Ce n'est que lorsque cette épaisseur atteint des valeurs relativement grandes que la loi exponentielle devient exacte.

D'autre part, pour une épaisseur très grande (théoriquement infinie), l'absorption tend vers la limite  $1-R_M$  en désignant par  $R_M$  le facteur de réflexion du métal massif.

Enfin et surtout, pour certaines valeurs des indices de réfraction et d'extinction ( $\nu$  grand et x faible), la courbe donnant, en fonction de l'épaisseur optique  $\nu_1 d_1$  du métal, les variations du coefficient d'absorption A présente une succession de maxima

et de minima qui peuvent être très marqués. De plus deux maxima ou deux minima successifs correspondent à des épaisseurs optiques différant entre elles de -.

Ces phénomènes sont présentés avec une grande netteté par des lames métalliques ayant les indices d'extinction et de réfraction du silicium déposées sur du verre  $(n = 4,24 - 0,48 i \text{ pour } \lambda = 5890 \text{ Å})$ ainsi qu'en témoigne la figure ci-contre.

On voit sur la courbe (2), relative à une lame de silicium sans support plongée dans l'air  $(n_0 = n_2 = 1)$ , que l'énergie absorbée peut, pour l'épaisseur de résonance, dépasser l'énergie absorbée par le métal massif. L'expérience confirme ces résultats théoriques.

Conclusion. — L'étude des lames métalliques minces a conduit dans ces dernières années à des résultats très importants qui ont eu des applications pratiques immédiates.

En définitive, que l'on veuille diminuer le plus possible le facteur de réflexion d'une surface ou qu'on veuille l'augmenter, le problème est le même et se résout de la même façon. Ceci est encore vrai lorsqu'il s'agit de diviser au mieux un faisceau lumineux en deux parties égales ou d'étudier la lumière absorbée. L'adoption des méthodes graphiques a apporté des simplifications considérables qui ont permis de donner à ces problèmes des solu-

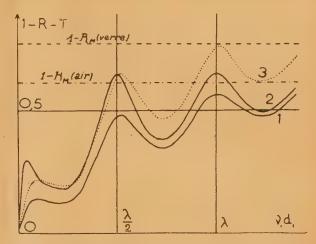


Fig. 10. -- La courbe nº 1 correspond au cas où la lumière incidente tombe sur la lame métallique côté air. La courbe nº 3 au cas où la lumière incidente tombe sur la lame métallique côté verre. La courbe nº 2 au cas où la lame métallique est sans support.

tions rapides et d'obtenir des résultats extrêmement intéressants, tant du point de vue théorique que du point de vue des applications.

Manuscrit reçu le 1er décembre 1948.

#### BIBLIOGRAPHIE.

- [1] E. HAGEN et R. RUBENS, Ann. der Physik., Dtsch., 1902, **8**, p. 432.
- [2] P. ROUARD, C. R. Acad. Sc., Fr., 1932, 195, p. 869.
- [3] F. Goos, Z. Physik, 1936, 100, p. 95.
- [4] I. LANGMUIR, Phys. Rev., U. S. A., 1937, 51, p. 964.
- [5] C. H. CARTWRIGHT, Phys. Rev., U. S. A., 1939, 55, p. 595 et J. Opt. Soc. Amer., 1940, 30, p. 110.
- [6] F. KAEMPF, Ann. der Physik, Dtsch., 1905, 16, p. 308.
- [7] H. GOLDSCHMIDT, Ann. der Physik, 1927, 82, p. 947;
- [8] P. DRUDE, Wied. Ann., 1893, 50, p. 595.
- [9] P. ROUARD, Ann. de Physique, 1937, 7, p. 302.
- [10] F. Goos, Z. Physik, Dtsch., 1936, 100, p. 95.

- [11] P. ROUARD et M. PERROT, Cahiers de Physique, 1943, 13, p. 31 1943, 17, p. 63
- [12] M. PERROT, Revue d'Optique, 1943, 22, p. 25.
- [13] P. COTTON, Ann. de Phys., 1947, 2, p. 209. [14] D. Male, J. Phys. Radium, Fr., 1945, 12, p. 40 S.
- [15] P. ROUARD, Revue d'Optique, 1938, 17, p. 10.
- [16] P. COTTON, Ann. de Physique, Fr., 1947, 2, p. 209 à 232.
  [17] P. COTTON, Ann. de Physique, Fr., 1947, 2, p. 209 à 232.
  [18] D. MALE, J. Phys. Radium, Fr., 1945, 12, p. 40 S.
  [19] H. MURMANN, Z. Physik, 1933, 80, p. 161.
- [20] H. WOLTER, Z. Physik, 1937, 105, p. 269.
- [21] M. PERROT, Revue d'Optique, 1947, 26, p. 301.
   [22] P. COTTON, C. R. Acad. Sci., Fr., 1947, 224, p. 334.

# ONDES PLANES ET ONDES SPHÉRIQUES DANS LES PROBLÈMES OPTIQUES AVEC MOUVEMENT RELATIF. CAS D'UN MIROIR MOBILE ILLUMINÉ PAR UN FAISCEAU CONVERGENT

Par M. RISCO.

Sommaire. — Étude de la réflexion d'un faisceau convergent sur un miroir en mouvement. Le critérium de simultanéité conduit à associer au miroir plan et mobile un miroir virtuel fixe et de forme hyperbolique dont la source occupe un des foyers et cela permet de suivre plus aisément l'évolution du phénomène.

En soumettant à une transformation de Lorentz la phase

 $\Phi = 2\pi \gamma \left( t - \frac{\alpha x + \beta y + \gamma z}{c} \right)$ 

d'une onde lumineuse plane, si l'on choisit convenablement le nouveau référentiel  $X^{\prime}Y^{\prime}$ , toute une série de problèmes de l'Optique des corps en mouvement deviennent des problèmes de l'Optique des corps en repos. Il ne reste, dans chaque cas, qu'à traduire au référentiel primitif, au moyen de la transformation relativiste inverse, le résultat obtenu.

C'est une méthode qui a même été employée, avec interposition d'un milieu réfringent, pour déduire le coefficient d'entraînement des ondes lumineuses dans l'expérience de Zeeman avec une lame solide en mouvement; cas qui n'exige que l'emploi de termes de premier ordre en  $\beta = \frac{\rho}{2}$ .

Une condition préalable est évidemment nécessaire pour pouvoir appliquer le procédé en question : il ne doit y avoir aucune différence de vitesse entre les organes matériels du dispositif expérimental. L'expérience de Fizeau sur l'entraînement de la lumière par un courant liquide n'est pas réductible, par exemple, à l'Optique ordinaire des corps en repos, car si l'on essaye d'immobiliser le milieu réfringent au moyen d'un référentiel emporté par le courant, les faces terminales de la cuve se mettent par ce fait en mouvement. Nous nous trouverions ainsi en présence d'un milieu transparent qui, bien qu'ayant toutes ses particules ou éléments constitutifs au repos, serait limité nonobstant par des surfaces planes en mouvement. Le fait que deux termes dispersifs différents apparaissent, l'un dans l'expérience de Zeeman, l'autre dans celle de Fizeau, ne dépend au fond que de la diversité de comportement des faces terminales (1).

Parmi les phénomènes dans le vide, on étudie en particulier, par la méthode que nous avons rappelée, la réflexion d'un faisceau parallèle sur un miroir plan et mobile (2). Considérant celui-ci orienté normalement à l'axe des X et animé d'une vitesse v dirigée vers les abscisses positives, on arrive aux formules suivantes qui donnent, en fonction de la fréquence  $v_0$  et de l'angle  $\theta_0$  d'incidence, la fréquence v du rayon réfléchi et l'angle  $\theta$  qu'il forme avec la direction positive de l'axe des X:

$$v = v_0(a^2 + b^2 - 2ab\cos\theta_0) = \frac{v_0}{a^2 + b^2 - 2ab\cos\theta},$$
 (1)

$$\sin\theta = \frac{\sin\theta_0}{a^2 + b^2 - 2ab\cos\theta_0},\tag{2}$$

$$\cos\theta = -\frac{(a^2 + b^2)\cos\theta_0 - 2ab}{a^2 + b^2 - 2ab\cos\theta_0},$$
 (3)

a et b désignant les valeurs, si souvent utilisées,

$$a = \frac{c}{\sqrt{c^2 - c^2}}, \qquad b = \frac{c}{\sqrt{c^2 - c^2}}.$$
 (4)

Soulignons que la formule (2) se prête à une représentation géométrique intéressante. Si l'on

- (1) Une étude d'ensemble sur les expériences d'entraînement a été récemment publiée par F. Zernike, The convection of light under various circumstances with special reference to Zeeman's experiments. *Physica*, 1947, **13**, p. 279.
- (2) Voir par exemple: R. Becker, Théorie des électrons, Félix Alcan, 1938, p. 347.

porte à partir d'une même droite, mais autour de deux pôles différents, les angles  $\theta$  et  $\theta_0$ , on obtient une hyperbole, ou plutôt une de ses branches si l'on tient aussi compte de (3). Pour une distance déterminée des pôles, la valeur constante de la différence entre les rayons vecteurs est égale à ladite séparation multipliée par le rapport  $\frac{\rho}{c}$  de la vitesse du miroir à celle de la lumière.

La courbe en question doit donc jouer un rôle important dans la cinématique du phénomène, et comme ce rôle correspondrait spécifiquement aux formules (2) et (3), sans la moindre intervention de la formule (1) qui donne la fréquence, nous avons pensé qu'il serait utile d'éclaircir le sujet. Nous allons voir que l'on retrouve l'hyperbole — mais cette fois avec une signification physique concrète — en étudiant, par application du concept einsteinien de la simultanéité, la réflexion d'une onde sphérique sur le miroir mobile.

Réflexion d'un faisceau convergent sur un miroir en mouvement. — Nous avons rappelé, il y a un moment, l'impossibilité de traduire l'expérience de Fizeau à l'Optique des corps en repos. C'est réellement un cas d'exception dans les études en lumière parallèle.

Bien au contraire, pour les phénomènes en lumière convergente il faut toujours renoncer d'avance à toute possibilité de ramener à l'Optique ordinaire, par n'importe quelle méthode, les problèmes ou intervient un mouvement relatif, car il subsistera toujours, lors du changement de référentiel, une différence de vitesse entre la source matérielle et l'appareil utilisé. On peut dire qu'un problème de l'Optique des corps en mouvement n'est transformable en un problème de l'Optique des corps en repos que dans la mesure — et c'est le cas des phénomènes en lumière parallèle — où il n'est pas nécessaire de prendre en considération la source.

Cette impossibilité d'établir pour les faisceaux convergents une méthode générale, oblige à traiter chaque question concrète au moyen de ressources appropriées. Le procédé qui va être suivi pour l'étude de la réflexion sur les miroirs mobiles conduit successivement et de manière indépendante aux formules qui expriment la fréquence et la direction du rayon réfléchi.

On arrive, d'autre part, à des représentations et constructions graphiques qui peuvent être utiles.

a. Vitesse de l'image. — Supposons que la source ponctuelle, de fréquence  $v_0$ , soit placée à l'origine O de coordonnées d'un référentiel XY. Le miroir plan, dont la surface est perpendiculaire à l'axe des X, se meut le long de cet axe avec une vitesse v.

Dans un référentiel qui se déplace avec cette vitesse, par rapport auquel le miroir est au repos,

le point-source, que nous appellerons maintenant O', sera animé d'une vitesse —v et émettra un faisceau de rayons dans lequel, comme conséquence de l'effet Doppler, la longueur d'onde change avec l'inclinaison.

L'image ponctuelle correspondante  $0^*$ , par raison de symétrie, aura la même fréquence propre  $\nu_0$  que la source ét se déplacera avec une vitesse +v par rapport aux nouveaux axes.

Pour traduire ce résultat au système XY, il suffira de composer, par application de la formule relativiste, la vitesse +v de  $0^{\circ\prime}$  avec celle -v du référentiel XY. On obtient ainsi finalement comme vitesse de l'image  $0^{\circ}$  produite par le miroir mobile

$$e^* = \frac{e - (-e)}{1 + \frac{e^2}{e^2}} = \frac{2e^2 e}{e^2 + e^2}.$$
 (5)

C'est-à-dire qu'il faut assigner à l'image ponctuelle une vitesse de phase

$$\frac{c^2}{c^*} = \frac{1}{2} \left( c + \frac{c^2}{c} \right)$$

qui est la moyenne arithmétique de deux vitesses de nature différente : la vitesse ordinaire du miroir et la vitesse de phase correspondante à ses points matériels en mouvement.

b. Fréquence. — Considérant les rayons réfléchis comme émis par le point-image O· pendant son mouvement, on peut directement écrire la formule

$$v = \sqrt{1 - \frac{\rho^{*2}}{c^2}} \frac{v_0}{1 - \frac{\rho^*}{c} \cos \theta} \tag{6}$$

qui donne la fréquence pour toute valeur de l'angle de réflexion  $\theta$ , mesuré en partant de la direction positive de l'axe des abscisses.

Cette équation (6) peut se mettre sous la forme (1) car, selon (5),

$$a^2 + b^2 = \frac{c}{\sqrt{c^2 - c^{*2}}}, \qquad 2ab = \frac{c^*}{\sqrt{c^2 - c^{*2}}}.$$
 (7)

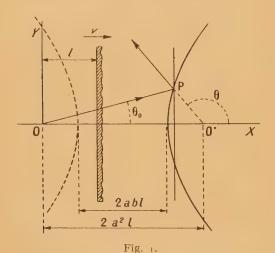
c. Direction du rayon réfléchi. — Pour trouver les directions de réflexion il suffit de déterminer, par application du principe de la constance de la vitesse de la lumière, la distribution dans l'espace, ou dans le plan de la figure, des points d'incidence où se rencontrent sur le miroir en mouvement deux ondes de front : l'une émise par la source ponctuelle et l'autre, en un moment adéquat, par son image mobile.

Limitons-nous à considérer l'onde qui part à l'instant t = 0 du point lumineux, situé à l'origine O du référentiel XY, et supposons que le miroir mobile

ait au même moment (fig. 1) l'abscisse x = l. Dans le référentiel X'Y' propre du miroir, celui-ci auracomme abscisse invariable

$$x' = \frac{c}{\sqrt{c^2 - c^2}} \, l = al$$

et l'onde surnommée se traduira par une autre centrée en O' et émise à l'instant t' = o.



C'est-à-dire que la correspondance d'onde à onde de celles qui partent à l'origine des temps des origines des coordonnées, transforme le problème, exclusivement dans cette étape, en un problème de l'Optique des corps en repos. Le miroir reproduit symétriquement le mouvement de l'onde, et c'est ainsi qu'en particulier la source virtuelle de l'onde réfléchie se caractérisera par les valeurs

$$x' = 2al, \qquad t' = 0.$$

Cela correspond dans le système XY à un centre instantané d'émission O· qui a pour coordonnées d'espace et de temps

$$x = 2\alpha^2 l, \qquad t = 2\frac{ab}{c} l. \tag{8}$$

Maintenant, si dans le référentiel  $X^{\prime}Y^{\prime}$  il est évident que les ondes de front, incidente et réfléchie, se coupent pendant leur propagation selon une circonférence qui se meut en décrivant le plan même du miroir, dans l'autre référentiel par rapport auquel le miroir est mobile, la rencontre successive des ondes se fait, comme nous allons voir, sur une circonférence qui décrit par son évolution une des nappes d'un hyperboloïde.

Nous limitant à opérer dans le plan de la figure, soit h' l'ordonnée d'un point appartenant au miroir. L'arrivée simultanée de la lumière incidente et réfléchie constitue un événement composé qui a pour

coordonnées

$$x' = al,$$
  $y' = h'.$   $t' = \frac{1}{c} \sqrt{a^2 l^2 + h'^2}$ 

et qui se correspond dans le référentiel XY avec l'événement

$$x = a^2 l + b \sqrt{a^2 l^2 + h'^2}, \qquad (9)$$

$$y = h', \qquad (40)$$

$$t = \frac{a}{c} \sqrt{a^2 l^2 + h'^2} + \frac{ab}{c} l. \tag{11}$$

L'élimination de h' entre les deux premières de ces équations conduit immédiatement à l'une des branches

$$x = a^2 l + b \sqrt{a^2 l^2 + y^2}$$
 (12)

d'une hyperbole de demi-axes A=abl, B=al et qui a comme foyers le point lumineux O et son image instantanée O•, d'abscisse x=2  $a^2l$  (formules 8). Une telle branche représente (fig. 1) le lieu géométrique des points où arrivent successivement sur le miroir mobile les différentes zones de l'onde émise par la source à l'instant zéro. Pendant son mouvement, le plan du miroir, coupant la courbe, détermine à chaque moment les points où l'incidence est effective.

On pourrait dire en somme que le procédé s'appuie en une sorte de dédoublement dans la représentation du plan du miroir lors du changement de référentiel: en tant que plan matériel, il conserve naturellement sa forme, devenant simplement mobile; mais si on le considère comme composé de points ayant la propriété — chacun pour sa part — d'être touchés simultanément par l'onde incidente et par l'onde réfléchie, le plan du miroir est traduit par la branche hyperbolique en question, fixe par rapport au nouveau système d'axes. Chaque trajectoire lumineuse s'obtiendra donc en traçant deux rayons vecteurs correspondants de la courbe, tels que OP, O.P. La réflexion se produit à l'instant, défini par la formule (11), du passage du miroir par le point P.

Si maintenant  $\rho_0$ ,  $\theta_0$  d'une part,  $\rho$ ,  $\theta$  de l'autre, sont les coordonnées polaires de P, mesurées toujours à partir de l'axe des X, mais en employant successivement comme pôles chacun des foyers de l'hyperbole, nous pourrons écrire

$$\rho_0 - \rho = 2abl, \qquad \frac{\rho_0}{\varphi} = \frac{\sin \theta}{\sin \theta_0}$$

et il suffit d'éliminer  $\rho_0$  et  $\rho$  entre ces équations et l'équation (12), mise sous la forme

$$\rho_0 \cos \theta_0 = a^2 l + b \sqrt{a^2 l^2 + \rho_0^2 \sin^2 \theta_0}$$

pour obtenir les formules (2) et (3),

$$\sin \theta = \frac{\sin \theta_0}{a^2 + b^2 - 2ab \cos \theta_0};$$

$$\cos \theta = -\frac{(a^2 + b^2) \cos \theta_0 - 2ab}{a^2 + b^2 - 2ab \cos \theta_0}$$

qui donnent la direction de réflexion pour toute valeur de l'angle  $\theta_0$  d'incidence. Les coefficients qui interviennent dans ces expressions ont été calculés ci-dessus — formules (7) — en fonction de la vitesse  $v^*$  de l'image, et l'on peut en conséquence aussi écrire

$$\sin \theta = \sqrt{1 - \frac{c^{*2}}{c^2}} \frac{\sin \theta_0}{1 - \frac{c^*}{c} \cos \theta_0}, \tag{13}$$

$$\cos \theta = -\frac{\cos \theta_0}{1 - \frac{e^*}{e}\cos \theta_0},\tag{14}$$

équations à adjoindre à (6).

En résumé, la méthode employée mène directement à une représentation géométrique qui consiste dans le remplacement virtuel du miroir plan et mobile, par un autre miroir fixe, de forme hyperbolique, sur lequel — laissant de côté le changement de fréquence — la réflexion se produit selon la loi ordinaire de Descartes. On peut donc suivre très aisément sur la figure toutes les modalités du phénomène. Nous représentons par un trait continu la branche hyperbolique qui correspond au cas d'un miroir s'éloignant de la source; la branche en pointillé s'utiliserait pour un miroir qui s'approche.

d. Incidences remarquables. — Dans le premier de ces deux cas il y a un angle  $\theta_{0,L}$  (fig. 2) qui sert de limite aux incidences possibles. C'est l'angle défini par l'inclinaison des asymptotes par rapport à l'axe:

$$\sin \theta_{0,L} = \frac{1}{a} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}, \qquad \cos \theta_{0,L} = \frac{b}{a} = \frac{v}{c}$$

en tenant compte du sens de propagation. Quand l'angle  $\theta_{0,L}$  est dépassé, le rayon incident n'atteint plus le miroir car la composante  $c \cos \theta_{0,L}$  de la vitesse de la lumière selon sa normale est alors inférieure à la vitesse v du miroir.

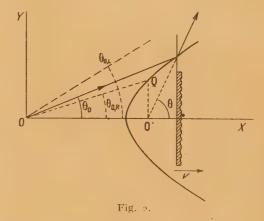
Un autre angle remarquable d'incidence est celui  $\theta_{0,R}$  pour lequel le rayon réfléchi est rasant. Comme cela correspond au passage du miroir par

le foyer O•, il suffit d'utiliser le point Q de la figure pour obtenir

$$\sin \theta_{0,R} = \frac{1}{a^2 + b^2} = \frac{1 - \frac{e^2}{c^2}}{1 + \frac{e^2}{c^2}},$$

$$\cos \theta_{0,R} = \frac{2ab}{a^2 + b^2} = \frac{\frac{\sqrt{c}}{c}}{1 + \frac{c^2}{a^2}}$$

Pour des incidences comprises entre celles que nous



venons de souligner, c'est-à-dire pour des valeurs de  $\theta_0$  limitées par

$$\theta_{0,L} > \theta_0 > \theta_{0,R}$$

ses rayons réfléchis font avec la normale, orientée comme il est usuel vers les X négatifs, des angles supérieurs à 90°. Si la vitesse de la lumière réfléchie a bien dans ce cas une composante positive selon l'axe des X, on peut constater, au moyen de la formule (3) que cette composante est inférieure à la vitesse du miroir. La surface de celui-ci ne se laisse donc pas traverser par l'énergie incidente, qui ne fait que changer de direction, se propageant toujours dans le même milieu.

Manuscrit reçu le 5 décembre 1948.

# ÉMISSION DU SPECTRE MOLÉCULAIRE DE L'AZOTE DANS UNE ATMOSPHÈRE D'HÉLIUM

Par Mme R. HERMAN et L. HERMAN.

Sommaire. — On étudie les spectres de décharge et de phosphorescence de l'azote dilué dans l'hélium. Sous une faible pression partielle de  $N_2$  on trouve, en phosphorescence, un spectre remarquable de  $N_2^+$  composé presque exclusivement du premier système négatif et rappelant le spectre auroral observé aux basses latitudes.

Une expérience a été tentée dans le but de rechercher si l'autoabsorption de la molécule ionisée  $N_2^+$  modifie la température apparente de vibration du système  $B^2\Sigma_u^+ \to X^2\Sigma_g^+$ . Le résultat est négatif.

D'intéressantes variations d'intensité relative des systèmes interdits de Lyman et de Vegard-Kaplan ont été constatées dans l'ultraviolet proche. Les modifications observées dans la répartition d'intensité des divers systèmes de la molécule neutre, lorsque le mécanisme d'excitation varie, montrent, à nouveau, que les théories de l'azote actif et du ciel nocturne, basées sur l'émission par descente en cascade, doivent être appliquées avec précaution.

Beaucoup de travaux ont déjà été consacrés à l'étude du spectre de cette molécule au laboratoire. De nombreux systèmes nouveaux ont été trouvés ces dernières années et des modes d'excitation variés ont été mis en œuvre, permettant l'observation de transitions interdites habituellement inaccessibles. Malgré cela, les mécanismes proposés pour expliquer le rayonnement de cette molécule dans le ciel nocturne et dans les aurores sont encore incertains, comme on le verra par la suite. C'est ainsi que le spectre des aurores de haute altitude se compose surtout des bandes négatives

$$B^2 \Sigma_u^+ \to X^2 \Sigma_g^+$$

alors qu'au laboratoire l'intensité du premier système positif est bien plus grande, aussi bien durant une décharge électrique qu'en phosphorescence. Dans les aurores de basse latitude, la distribution des bandes dans le première système négatif montre des anomalies qu'il semble difficile d'expliquer par la réabsorption. De même, l'émission dans le ciel nocturne des bandes de Vegard-Kaplan à v'=2, 3 ou 4 n'a trouvé jusqu'ici aucune justification certaine.

L'étude expérimentale de l'émission de l'azote dilué dans l'hélium apporte quelques éclaircissements à ces diverses questions.

Le tube à décharge employé est représenté sur la figure 1. Les tubulures T contiennent de l'azothydrate de sodium. Deux fenêtres en quartz fondu sont fixées au tube, l'une à l'extrémité F et l'autre au centre M. Les deux électrodes  $E_1$  et  $E_2$  en aluminium servent à l'excitation électrique du mélange gazeux. La préparation est effectuée suivant une

technique éprouvée : le tube est préalablement vidé pendant plusieurs jours, puis on ouvre les tubulures T et on les garnit d'azothydrate de sodium. Le tube, scellé à nouveau, est vidé soigneusement. On chauffe alors avec précaution l'azothydrate et l'on en décompose une grande partie, l'azote est pompé et le sodium ainsi libéré facilite

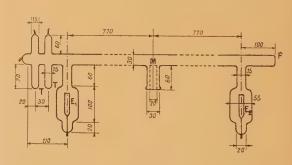


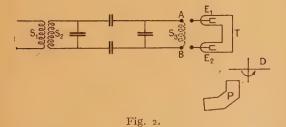
Fig. 1.

la purification. On admet une petite quantité d'hélium et laisse passer la décharge sous fort régime pour faciliter le dégazage des électrodes. Au bout d'une heure, on vide et scelle le tube après l'avoir rempli d'hélium sous la pression désirée. Le gaz est alors très pur et ne contient que des traces d'hydrogène. Il est malaisé de le photographier lorsque la pression partielle de l'azote est très faible, en raison de sa rapide adsorption par les électrodes qui se pulvérisent en même temps. Pour maintenir la pression partielle de l'azote, on doit décomposer fréquemment de nouvelles quantités de sel.

Phosphorescence du premier système négatif  $\mathrm{B}^2\Sigma_u^+ \to \mathrm{X}^2\Sigma_g^+$  de  $\mathrm{N}_2$ . — Depuis près de 25 ans, de nombreuses tentatives ont été faites pour reproduire au laboratoire le spectre de l'azote avec une répartition d'intensité analogue à celle observée dans les aurores. En 1922, Lord Rayleigh, utilisant les rayons cathodiques, a excité le premier système négatif sans le deuxième positif [1]. Plus tard, Kaplan a réussi à exciter ces bandes en phosphorescence, dans le gaz pur, sous une pression de 10 à 20 mm de mercure [2]. Ce résultat a été contesté par G. Cário et V. Stille qui n'ont pu le retrouver. Ils ont été amenés à penser que, dans les expériences de Kaplan, le rayonnement de la décharge directe n'avait pas été entièrement éliminé [3]. En 1943, nous avons repris cette étude et confirmé les résultats de Kaplan: avec un simple phosphoroscope mécanique, il est possible d'observer une phosphorescence de longue durée, caractérisée par la présence du premier système négatif et des bandes à v' élevés du premier système positif [4]. Plus récemment, nous avons réussi à mettre en évidence un spectre de phosphorescence de courte durée en nous servant du phosphoroscope de P. Lejay [5]. Le spectre émis a des caractéristiques différentes du précédent et a été attribué à une émission par recombinaison radiative [6].

Dans tous ces spectres, les bandes positives et surtout le premier système positif sont assez intenses. Avec la répartition d'intensité trouvée jusqu'ici au laboratoire il serait impossible, en particulier, d'observer la raie 5199 Å ( ${}^{4}S^{-2}D$ ) de NI dans les aurores en raison de la présence des bandes 5214 (17, 12) et 5184 (18, 13) du système  $B^{3}\Pi \rightarrow A^{3}\Sigma$  de  $N_{2}$ .

Duffendack, Revans et Roy ont montré que l'azote, dilué dans l'hélium et excité par choc électronique, émettait les bandes négatives avec une grande intensité [7]. Il nous a semblé intéressant d'essayer de séparer les spectres de la décharge et de la phosphorescence pour diverses pressions partielles d'azote.



Dans ce but, nous avons utilisé le phosphoroscope de P. Lejay. Le schéma du montage est indiqué dans la figure 2. Cinquante fois par seconde, une impulsion se produit dans la self  $S_1$  et, par induction, dans la self  $S_2$ . La self  $S_3$ , à l'intérieur de laquelle est placé habituellement le tube à gaz sans électrodes, est supprimée et les extrémités A et B sont connectées

aux électrodes  $E_1$  et  $E_2$  du tube à décharge T contenant l'hélium et l'azote. Sous l'effet de la haute tension, créée entre A et B, avec la même fréquence d'impulsion, il se produit dans le tube T une effluve dont le rayonnement est examiné à l'aide du spectrographe à optique de verre, ouvert à f/1,5 et du disque synchrone D tournant à 3 000 t : mn.

La phosphorescence est intense, son spectre subit des modifications avec la composition du gaz. Dans l'hélium pur, on a une émission provenant de la recombinaison dite radiative à la suite de la capture des électrons lents par les ions He+. Ce phénomène, bien connu, a déjà été observé pour les autres gaz rares. Il est illustré par la reproduction de la figure 3. Si l'on ajoute une petite quantité d'azote, les bandes négatives apparaissent avec une grande intensité. Ce spectre est illustré par la reproduction a de la figure 4 : pendant la décharge on trouve l'émission du spectre d'arc de l'hélium et les bandes de l'azote; dans ces dernières, l'intensité du système  $B^2\Sigma_{\mu}^+ \to X^2\Sigma_{\sigma}^+$  est grande. Après la rupture de la décharge, l'intensité des raies d'hélium diminue rapidement et les bandes du premier système négatif sont pratiquement seules émises. Il est intéressant de comparer le développement des bandes dans les séquences, observé ici, à celui obtenu précédemment dans l'azote pur [6]. La température apparente de vibration est considérablement plus élevée dans le gaz pur (spectre c) que dans le gaz dilué dans l'hélium. Lorsque la pression partielle de l'azote augmente, on obtient un spectre de phosphorescence illustré par la reproduction b de la figure 4, il ressemble à celui obtenu dans l'azote pur sous une pression moyenne; à côté des bandes négatives bien développées, figurent les bandes positives et celles de Goldstein-Kaplan. Il semble difficile d'adopter un processus unique pour rendre compte de l'ensemble des spectres de phosphorescence ci-dessus :

- 1. bandes négatives, de faible intensité relative, observées dans la phosphorescence verte, accompagnées du deuxième et du premier système positif, ce dernier avec une température de vibration élevée (analogue au spectre *b* de la figure 4).
- 2. bandes négatives intenses et extrêmement développées, accompagnées du premier système positif et pratiquement sans second positif (spectre c de la figure 4).
- 3. bandes négatives émises pratiquement sans les bandes positives (spectre a de la figure 4).

L'analogie avec les gaz inertes suggère une émission par recombinaison radiative. Les bandes négatives seraient émises à la suite de la réaction

$$N_2^{++} + e \rightarrow N_2^+(B^2\Sigma) + h \vee (B^2\Sigma \rightarrow X^2\Sigma \text{ de } N_2^+)$$
 (a)

et les autres sytèmes de la molécule neutre pourraient

être émis à la suite du processus

$$N_2^+ + e \rightarrow N_2 + h\nu,$$
 (b)

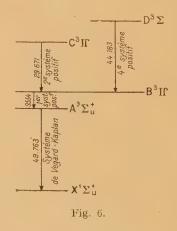
qui correspondrait à l'émission des bandes positives sans sélectivité marquée [8]. Cette interprétation séduisante par sa simplicité, rencontre néanmoins quelques difficultés. Par exemple, on ne voit pas ce que deviennent les ions N<sub>2</sub> (dans le cas 3) ci-dessus. Pendant l'émission du premier système négatif, le gaz est certainement riche en électrons et le processus (b) devrait normalement permettre i'observation d'un intense spectre de la molécule neutre. De même, dans le cas de la phosphorescence verte observée sous forte pression et aussi sous faible pression, mais seulement immédiatement après la rupture de la décharge (spectre c de la figure 4), une relation étroite semble exister entre le premier système négatif et les termes élevés du premier positif. Or, cette dépendance ne se retrouve pas dans le cas de l'azote fortement dilué dans l'hélium.

Pour vérifier s'il s'agit d'un effet spécifique du gaz rare, nous avons refait les expériences ci-dessus en remplaçant l'hélium par l'argon. Nous n'avons pu obtenir de résultats bien nets dans ce cas, en raison de la présence accidentelle d'impuretés carbonées. Sous faible pression partielle d'azote, on n'observe pas de bandes de N<sub>2</sub>, mais, à leur place, une phosphorescence intense des bandes de CH et de CN. Pour des pressions plus élevées d'azote, on retrouve les résultats déjà connus : après la rupture du courant, l'intensité du deuxième système positif diminue et, en phosphorescence, il reste surtout les bandes négatives et le premier système positif.

On sait que l'autoabsorption peut modifier profondément la répartition d'intensité dans le spectre d'hélium. La figure 5 reproduit deux spectres obtenus avec le tube à hélium décrit page 1 pendant le passage de la décharge. Le spectre b provient d'une photographie du tube par la fenêtre M et le spectre a par la fenêtre F. On constate dans celui-ci une importante diminution de l'intensité des raies  $(2 {}^{1}S - 3 {}^{1}P), (2 {}^{3}S - 3 {}^{3}P), (2 {}^{3}S - 4 {}^{3}P).$  Ces raies correspondent aux niveaux inférieurs métastables de l'ortho et du parhélium. Un effet analogue a été recherché pour diverses pressions partielles de l'azote. Nous n'avons pas fait de mesures photométriques, mais la comparaison des séquences des spectres obtenus par la photographie du tube à travers les deux fenêtres ne permet pas de déceler de différence sensible dans la répartition d'intensité. On doit donc conlure que l'autoabsorption n'intervient pas dans nos expériences pour modifier la température apparente de vibration des bandes négatives. Nous ne pouvons évidemment pas affirmer que le rayonnement de l'hélium n'est pas absorbé par les ions  $N_2^+(X^2\Sigma_s^+)$  pendant la décharge; toutefois, pendant la phosphorescence, cette absorption est probablement négligeable, l'émission de l'hélium étant elle-même de faible intensité.

Mécanisme de l'émission des bandes de Vegard-Kaplan dans le ciel nocturne. — Une radiation très intense, située vers 10 400 Å, a été trouvée dans le rayonnement du ciel nocturne par R. Herman, L. Herman et J. Gauzit [9] et indépendamment par Stebbins, Whitford et Swings [40]. Deux interprétations ont été suggérées : suivant l'une d'elles, cette radiation serait le doublet interdit 10398-10407 Å ( $^2D-^2P$ ); suivant l'autre, il s'agirait de la bande (0,0) du système  $B^3\Pi_g \to A^3\Sigma_u^+$  de la molécule  $N_2$ . L'observation du domaine spectral situé au delà de 1  $\mu$  permettrait, dans ce dernier cas, de trouver les bandes 12220 Å (0,1), 14700 Å (0,2), etc.

D'après Swings [11], l'émission des bandes de Vegard-Kaplan s'effectuerait essentiellement par une descente en cascade, à la suite de l'émission de la bande (0,0) du premier système positif. Bates a déjà objecté à cette hypothèse que, dans ce cas, les bandes de Vegard-Kaplan à v'=0 devraient être les plus intenses alors que, d'après Cabannes et Dufay, ce sont celles à v'=2,3 ou 4 qui sont exaltées [12]. Si l'on admet l'hypothèse de Swings, la figure 6, où sont représentées les positions relatives



des quatre niveaux A, B, C, D, montre que les rapports d'intensité des systèmes émis dans la descente en cascade, soit

où 
$$\frac{I(C-B)/I(B-A)/I(A-X)}{\mathbb{R}^{2}}$$
$$I(D-B)/I(B-A)/I(A-X),$$

devraient être invariables, à condition de négliger la désactivation par chocs [13]. Nos résultats de laboratoire montrent que les phénomènes ne sont pas aussi simples.

La figure 7 reproduit deux spectres de décharge dans l'azote dilué dans l'hélium. Le spectre a est celui d'une effluve obtenue en appliquant aux deux électrodes une tension insuffisante pour permettre l'amorçage d'une décharge. L'effluve est alors bleue sur toute la longueur du tube, sauf près des électrodes, où elle est rose. Lorsqu'on élève la tension aux



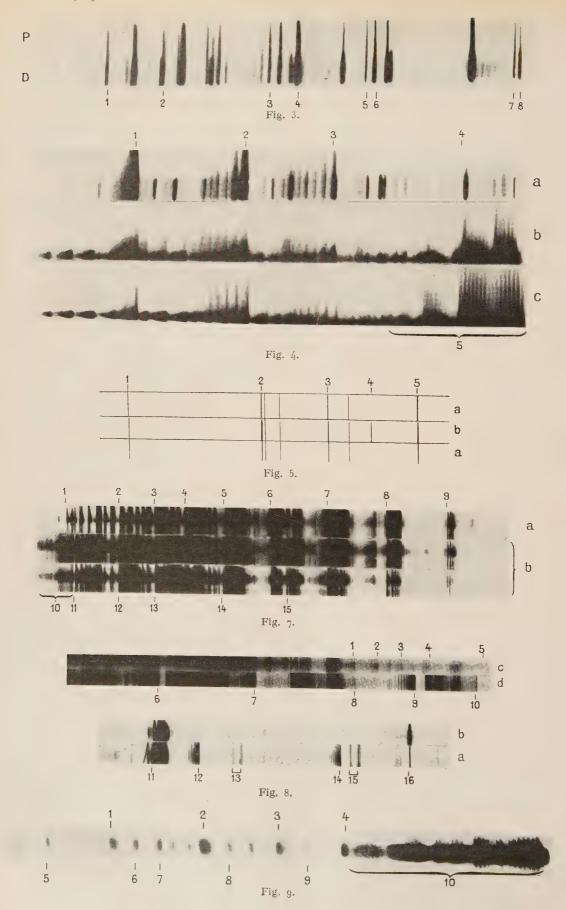


Fig. 3. — Ce spectre se compose de deux parties : la partie D a été photographiée pendant la décharge et la partie P après
la rupture du courant d'excitation. Celle-ci correspond à la recombinaison dite radiative entre les ions et les électrons. On
trouve d'importantes différences entre les deux spectres. Le comportement des raies Balmer, proyenant des traces
d'hydrogène contenues dans l'hélium, est très caractéristique.

Numéros des repères	1	5	3	4	5	6	7	8
Raies correspondantes								

Fig. 4. — Les trois spectres α, b, c se composent chacune de deux parties, l'une, plus courte et plus intense, a été obtenue pendant la décharge, l'autre, plus longue et moins riche en radiations, a été observée en phosphorescence, après la rupture du courant. Les trois spectres présentent d'importantes différences décrites dans le texte. Dans le spectre b on retrouve quelques bandes caractéristiques de l'émission de l'azote actif (bandes α de Lord Rayleigh).

	Premier système négatif		
Numéros des repères	1 2 3	4	5 5 5
Raies correspondantes	3914,4 4278,1 4709,3	5875,7 (He I)	Premier système positif

Fig. 5. — Les spectres a ont été obtenus en visant le tube en bout, le spectre b en photographiant la décharge à travers la fenêtre M. L'autoabsorption est marquée pour les raies à niveau inférieur métastable 28S et 21S.

Numéros des repères	1	2	3	4 ***	5
Raies correspondantes {	3187,7 $(2^3S-4^3P)$	$3888,6$ $(2^3S - 3^3P)$	$(2^{3}P - 4^{3}D)$	$5015,7$ $(2^{1}S - 3^{1}P)$	$(2^{3}P - 3^{3}D)$

Fig. 7.

	Deuxième système positif						
Numéros des repères Raies correspondantes	4814 2 4269		5 3577	6 3371-		8 9 977 2820	
			Pren	ni <b>er s</b> ystè <b>m</b> e i	négatif		
Numéros des repères Raies correspondantes		4709 (0,2)	4278 (0,1)	13	3582 (1,0)	3308 (2,0)	

Fig. 8. - L, Lyman; V-K, Vegard-Kaplan.

Numéros des repères	1-2	2	3.	4	5
Raies correspondantes	2425 (11,22) L	2406 (10,21) L	2388 (9,20) L	2369 (8,18) L	2328 (11,21) L
Numéros des repères		7	8	9	10-
Raies correspondantes	2604 (0,5) V-K	2510 (1,5) V-K	2424 (2,5) V-K	2378 (1,4) V-K	2333 (0,3) V-K
Numéros des repères	11	12	13	14	5 16
Raies correspondantes	2820 (2° positif)	2761 (0,6) V-K	γ NO 2604	$(0,5)$ V-K $\gamma$ I	NO 2536,5 Hg

Fig. 9. — Ce spectre a été obtenu dans un mélange de krypton et d'azote porté à basse température. Le premier système positif est très développé, mais les bandes négatives sont de faible intensité.

Numéros des repères	1	2	3 ,	4	5	. 6	7	8	9	. 10	
Raies correspondantes	3925	4166	4432	4728	-'				7 -	-	
	Bande	s de Gol	dstein-F	Kaplan	Deu:	kième s	yst. po	sitif	Premier sys	stème po	sitif

bornes du tube, la densité de courant augmente brusquement, le gaz est traversé par une décharge et la couleur rose remplit le tube. Son spectre (b, fig. 7) montre une augmentation considérable de l'intensité des premiers systèmes positif et négatif par rapport au deuxième positif. Nous n'avons pas étudié le domaine infrarouge et ne savons pas quel est le comportement des bandes à v' = o du système  $B^3 \coprod A^3 \Sigma$ , nos conclusions ne concernent donc provisoirement que le visible. En tout cas, ceci montre que les émissions du deuxième positif et du premier positif sont loin de s'effectuer toujours par une descente en cascade. En outre, l'intensité du premier système positif semble très fortement influencée par la densité des charges spatiales. Par choc électronique, lorsque l'excitation est faible, les premières transitions moléculaires, au-dessus du niveau fondamental, sont habituellement les plus intenses. C'est dans l'effluve que le premier système positif devrait être prépondérant, alors que l'on observe l'inverse.

Nos clichés permettent également la comparaison directe des bandes de Vegard-Kaplan et du deuxième système positif. Dans l'effluve, l'intensité relative des premières est beaucoup plus grande que sous un régime plus poussé, comme on peut s'en rendre compte en comparant les spectres a et b de la figure 8. Dans l'hypothèse d'une excitation par choc électronique, l'intensité de la transition  $A^3\Sigma \to X^1\Sigma$ varie dans le sens attendu, mais cette variation ne peut résulter de celle du premier positif dans le visible. On pourrait songer à un effet de désactivation par choc sous fort régime. Elle existe sans doute, mais est insuffisante pour expliquer les observations. En effet, le spectre c de la figure 8,

photographié sous un régime poussé, montre, en même temps qu'une diminution de l'intensité du système  $A^3\Sigma \to X^4\Sigma$ , une augmentation notable de l'intensité du système de Lyman  $a^{\dagger}\Pi \rightarrow X^{\dagger}\Sigma$  pourtant également interdit. Le niveau supérieur de celui-ci est situé au-dessus du niveau de vibration où s'effectue habituellement la dissociation en atomes N(\*S) et N(2D) dans l'azote pur sous faible pression [14].

L'augmentation simultanée des intensités des premiers systèmes positif et négatif semble montrer que les deux transitions sont liées l'une à l'autre. Après émission du premier négatif, les ions N<sub>2</sub><sup>+</sup> pourraient subir une recombinaison radiative

$$N_2^+ + e^- > N_2(B^3\Pi) + h\nu$$
,

suivie de l'émission du premier positif. Mais l'observation, signalée ici, de la phosphorescence du premier système négatif, accompagnée seulement de l'émission du deuxième positif, nous oblige à abandonner une telle hypothèse. Inversement, nous avons observé pendant le passage de la décharge à travers du krypton contenant des traces d'azote, le premier système positif avec une température de vibration très élevée, accompagné seulement de très faibles bandes du premier négatif (fig. 9).

Remarquons, pour terminer, que lorsqu'une forte décharge traverse le mélange hélium-azote, le premier système positif, les bandes négatives et le système de Lyman montrent un développement important des séquences, alors que le deuxième positif et les bandes de Vegard-Kaplan ont une température apparente de vibration peu différente de celle observée dans l'effluve.

Manuscrit reçu le 16 décembre 1948.

#### BIBLIOGRAPHIE.

- [1] Lord Rayleigh, Proceed. Roy. Soc., 1922, 101, p. 114.
- [2] J. KAPLAN, Physical Review, 1934, 45, p. 671; 1938, 54, p. 176.
- [3] G. CARIO et U. STILLE, Zeitschr. für Physik, 1936, 102. p. 317; 1937, 107, p. 396; U. STILLE, Zeitscher für Physik, 1938, 109, p. 491.
- [4] R. HERMAN, C. R. Acad. Sci., 1942, 215, p. 506; 1943, 216, p. 492.
- [5] P. LEJAY, *Ibid.*, 1945, **220**, p. 69.
- [6] R. HERMAN, Ibid., 1945, 220, p. 593.
- [7] O. S. Duffendack, R. W. Revans et A. S. Roy, Physical Review, 1934, 45, p. 807.
- [8] Les bandes a de la phosphorescence jaune de Lord Rayleigh, identiques à certaines bandes sélectives du premier positif, ainsi que les bandes de Goldstein-Kaplan, résultent de réactions où interviennent probablement les molécules et atomes neutres et non les électrons.

- [9] R. HERMAN, L. HERMAN et J. GAUZIT, Cahiers de Phy-
- sique, 1942, nº 12, p. 46. [10] J. L. Stebbins, A. E. Whitford et P. Swings, *Phy*sical Review, 1944, 66, p. 225; Astrophysical Journal 1945, **101**, p. 39.
- [11] P. Swings. Rapport au Congrès de l'Union Astronomique Internationale, 1948. [12] J. Cabannes et J. Dufay, Annales de Géophysique,
  - 1946, 2, p. 290; C. R. Acad. Sc., 1946, 223, p. 113
- [13] L'intensité I (D-B) étant très faible par rapport à I (C-B), la deuxième cascade ne doit pas jouer un rôle important dans ce processus.
- [14] L'augmentation simultanée du premier système positif et des bandes de Lyman pourrait résulter de l'interaction des niveaux a<sup>1</sup> II et B<sup>3</sup> II. L'énergie de l'état métastable  $a^1 \text{ II } (v = 0)$  est très voisine de celle) de B(v=6); il en est de même pour  $a^1 \prod (v=6)$ et B (v = 12). [R. HERMAN, Thèse, Paris, 1945, p. 40 - R. W. Nicholls, Nature, 1948, 162, p. 231].

## MACHINES ÉLECTROSTATIQUES PUISSANTES

Par Noël J. FELICI.

Laboratoire d'Électrostatique et de Physique du Métal (Grenoble).

Sommaire. — Dans cet article, qui termine une série de trois exposés commencée en janvier 1947, l'auteur examine les problèmes généraux relatifs au rendement et à la puissance spécifique des machines électrostatiques, il montre la nécessité d'un fonctionnement réversible et, en calculant l'énergie dissipée à la commutation, détermine dans quelle mesure on peut s'écarter pratiquement de cette condition idéale.

L'auteur calcule l'énergie perdue par frottement gazeux dans une machine électrostatique et montre que, à rendement constant, la puissance par unité de volume est indépendante de la taille de l'appareil, tandis que dans les générateurs électromagnétiques, la puissance spécifique est sensiblement proportionnelle aux dimensions.

Il en résulte, d'après l'auteur, une supériorité considérable des machines électrostatiques pour la production de puissances faibles ou moyennes (de l'ordre du kilowatt), même pour des tensions rela-

tivement faibles comme 20 ou 30 kV.

L'auteur conclut en montrant l'importance des progrès effectués dans le domaine des générateurs électrostatiques, mais ne pense pas que, dans un proche avenir, ces générateurs puissent concurrencer les appareils électromagnétiques pour la production de très grandes puissances, sauf progrès imprévisibles des isolements par gaz ou par vide.

Introduction. — Cet article termine la série d'exposés commencée en janvier 1946 dans le Journal de Physique, où sont résumés les principes nouveaux développés au Laboratoire d'Électrostatique, pour la réalisation de machines électrostatiques puissantes.

Selon le plan établi au début, il nous reste à traiter les problèmes de la réversibilité et des pertes. Ces questions, en apparence secondaires, ont été grandement négligées jusqu'à présent, et cela s'explique aisément, car elles ne deviennent actuelles que lorsque des progrès suffisants dans le domaine de la puissance ont rendu leur étude indispensable.

**Réversibilité**. — Dans une machine électrostatique parfaite, il ne doit s'établir de contact qu'entre conducteurs au même potentiel. Ne pas respecter ce principe conduit à la dissipation irréversible, sous forme de chaleur, de l'énergie électrique  $\frac{1}{2}\Delta Q\Delta V$ ,  $\Delta Q$  étant la quantité d'électricité échangée entre les conducteurs et  $\Delta V$  leur différence de potentiel initiale. Le rendement électrique est alors inférieur à 1, mais la puissance n'en est pas forcément affectée. On verra que souvent cette énergie dissipée correspond simplement à un travail supplémentaire exigé du moteur d'entraînement.

Le principe rappelé plus haut était connu de Maxwell [1]. Toutefois — et cela est caractéristique de l'état d'esprit de son époque — il considérait ce principe comme une simple vue de l'esprit, sans intérêt pratique. La machine théorique qu'il propose pour l'appliquer est bien inutilement compliquée, avéc ses inducteurs supplémentaires qui jouent, dit-il, le rôle du « régénérateur » des machines à vapeur.

La machine de Tœpler, dans son éminente simplicité, est justement capable de satisfaire aux conditions générales de réversibilité, sans aucun organe supplémentaire.

Il n'est pas possible de traiter la question sans préciser les caractéristiques du circuit extérieur. Selon sa capacité, sa résistance, sa self-induction, la différence de potentiel à ses bornes va varier de façons diverses pendant les périodes de débit et de non-débit de la machine électrostatique. Si, par exemple, le circuit est une pure résistance, dépourvue de capacité, le problème de la réversibilité ne se pose pas. A chaque instant, la relation peut être établie entre machine et circuit sans qu'il y ait perte d'énergie. Si, au contraire, le circuit a une grande capacité, la différence de potentiel à ses bornes reste pratiquement constante pendant un cycle de la machine, et la relation doit être établie à un instant bien précis, celui où les transporteurs prennent juste le potentiel convenable. Les exemples de ce genre peuvent être multipliés à l'infini.

Il ne saurait être question, dans cet article, de développer une théorie générale tenant compte de tous les facteurs en présence. Bien simplement, nous allons nous borner à un cas type, le plus fréquemment réalisé d'ailleurs. C'est celui de notre second exemple, où le circuit a une capacité assez grande pour que la tension à ses bornes reste pratiquement constante pendant un cycle.

Dans ce qui suit, les capacités parasites seront négligées; nous nous bornerons à indiquer sommairement comment elles modifient les résultats obtenus.

Machine à simple transport: — Appelons C la capacité maxima producteur-transporteur (fig. 1) (1 — x). C cette capacité à un instant donné, quand le transporteur sort du producteur (0 < x < 1); — V le potentiel du producteur (supposé maintenu fixe). Le potentiel v du transporteur sortant s'obtient en écrivant que sa charge est constante tant que le débit n'a pas commencé :

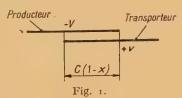
$$(\mathbf{1} - x) C(V + v) = CV,$$
 d'où  $v = V\left(\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{1} - x} - \mathbf{1}\right).$ 

d'où

Soit kV la tension de débit, on a  $k = \frac{1}{1-x} - 1$ , d'où l'on déduit finalement le calage du contact de débit correspondant au fonctionnement réversible sous le facteur de multiplication k

$$x = \frac{k}{k+1} \cdot$$

Si k=1 (puissance maxima)  $x=\frac{1}{2}$ , les transporteurs débitent pendant la moitié du temps, si la variation de la capacité est linéaire. Si  $k=\infty, x=1$ , le débit est nul (marche en circuit ouvert); si k=0, x=0, c'est la marche en court-circuit.



Le calage du contact de débit assurant un fonctionnement réversible varie donc avec le régime, caractérisé par k; c'est là un fait général. Il en résulte qu'un calage déterminé ne convient que pour un seul régime et que le calage devrait être sans cesse ajusté. Nous verrons plus loin dans quelle mesure ceci est indispensable en pratique.

Voyons maintenant le calage du contact masse. Quand le transporteur est entièrement sorti du producteur, il n'a plus aucune charge (en l'absence de capacités parasites). S'il pénétrait, isolé, dans le producteur, son potentiel deviendrait aussitôt négatif et une mise en contact ultérieure avec le sol se ferait avec étincelle. Le transporteur doit donc être mis au sol dès le débit terminé. On conçoit à quel point une telle condition est malaisée à satisfaire en pratique. Il faudrait, en effet, isoler suffisamment le transporteur du débit sans qu'il ait bougé. On verra bientôt que cette difficulté est toute théorique et ne se présente jamais dans la réalité.

Dissipation d'énergie à la commutation. — En fait, le calage des débuts de contacts n'est jamais exactement celui qui conviendrait à un fonctionnement parfait; il est donc important d'apprécier les pertes d'énergie dans la commutation, lorsqu'on s'écarte du calage théorique. Nous allons traiter la question pour le contact de débit.

Supposons que la prise du contact débit au lieu d'être caractérisée par  $x_0=\frac{k}{k+1}$  le soit par  $x_0+\Delta x$ . Le potentiel du transporteur, au moment du contact, sera  $kV+\Delta v$  au lieu de kV. On en tire aisément  $\Delta v$ :

$$\Delta v = \Delta x \frac{2U}{1 - x_0 - \Delta x}$$
 (en posant  $V + kV = 2U$ ).

Quand le contact s'établit, la différence de potentiel passe soudainement de  $\Delta v$  à zéro et il y a, entre le transporteur et le circuit, échange d'une

quantité d'électricité  $\Delta q$ . Cette quantité s'obtient en écrivant que le potentiel du transporteur est kV après le contact, ce qui donne

$$CV + \Delta q = (1 - x_0 - \Delta x) C(V + kV),$$
  
$$\Delta q = -CV(k+1) \Delta x = -2CU\Delta x.$$

L'énergie dissipée au moment du contact est

$$\Delta W = \frac{1}{2} \Delta q \Delta v, \qquad \Delta W = \frac{2 C U^2 \Delta x^2}{1 - x_0 - \Delta x}$$

et cette énergie, rapportée à l'énergie maxima produite  $W_0=CU^2$ ,

$$\frac{\Delta W}{W_0} = \frac{2\Delta x^2}{1 - x_0 - \Delta x}.$$

Il importe de remarquer que si l'énergie  $\Delta W$  est perdue, l'énergie utilement fournie au circuit extérieur en fin de cycle n'en est en rien affectée, puisque la même quantité d'électricité CV aura été, en définitive, fournie sous la tension constante kV.

La dissipation d'énergie dépendant de  $\Delta x^2$ , on voit que les petites erreurs de calage seront, relativement, bien moins gênantes que les grandes. Supposons k=1  $x_0=\frac{1}{2}$ , il vient  $\frac{\Delta W}{W_0}=4$   $\Delta x^2$ . Si  $\Delta x=\frac{1}{100}$ ,  $\frac{\Delta W}{W_0}=\frac{4}{10000}$ , quantité en général négligeable. Le calage des contacts n'a donc jamais

besoin d'être assuré avec une grande précision, ce qui est déjà une simplification. En d'autres termes, le rendement électrique n'est sérieusement diminué que par des décalages grossiers; un décalage léger ne l'affecte pas.

On peut préciser davantage ces considérations en examinant comment la dissipation d'énergie à la commutation dépend de la résistance du circuit extérieur. Cette résistance est  $R=\frac{kV}{I}$ , I étant l'intensité moyenne, et cette intensité est proportionnelle à V, I=AV. On en déduit  $R=\frac{k}{A}$ . Appelons  $R_0$  la résistance optima correspondant à k=1 et voyons de combien on peut s'écarter de cette valeur sans perdre par étincelles une puissance exagérée. Si  $R=2R_0$ , k=2,  $x_0=0.67$ . Si le calage reste  $x=\frac{1}{2}$ , la puissance relative perdue

est 
$$\frac{\Delta W}{W_0} = \frac{2 \times 0.17}{1 - 0.5}^2 = 0.11$$
, soit seulement 11 pour 100.

Si  $R = \frac{1}{2}R_0$ , le résultat est le même. La résistance peut donc varier de 1 à 4, sans que le rendement diminue de plus de 11 pour 100.

La baisse du rendement n'est pas le seul inconvénient d'un fonctionnement non réversible; comme on l'a déjà fait remarquer dans le premier article, la production d'étincelles de commutation peut être destructrice pour la machine elle-même, lorsqu'elle fonctionne dans un gaz comprimé. On voit le grand intérêt qu'il y a à rendre les étincelles « tolérables »

par une construction appropriée. Sans que le rendement en soit notablement affecté, on peut faire varier, dans de larges mesures, la résistance extérieure en laissant les balais fixes.

Un tel résultat est évidemment d'autant plus difficile à obtenir que la puissance est plus grande; sans entrer dans les détails techniques, qu'il soit dit simplement que l'on sait y arriver maintenant pour des puissances bien supérieures au kilowatt.

Si les balais fixes avec étincelles « tolérées » sont le dispositif le plus simple, d'autres moyens plus compliqués se présentent pour avoir une bonne commutation à tous les régimes. On peut envisager de déplacer les balais pour ajuster leur calage à la valeur actuelle de k, soit en mesurant k par un dispositif adéquat et en réglant le calage manuellement ou automatiquement d'après cette mesure, soit en commandant le mécanisme de déplacement des balais par le sens même du courant instantané se produisant lors de la prise de contact (fig. 2).

Une autre possibilité de régulation automatique est offerte par les soupapes électroniques, à vide ou à gaz. Si une telle soupape est insérée entre la

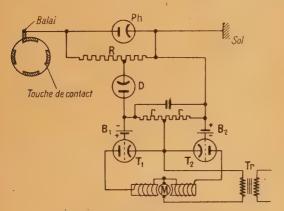


Fig. 2. — Dispositif électronique de calage automatique des balais.

Le balai de la machine est relié au sol à travers un phanotron Ph. Le courant circule normalement du balai vers le sol, mais, pour un calage optimum, le contact se fait légèrement en avance sur l'instant théorique. Le phanotron se trouve soumis à une tension inverse supportable, puis devient conducteur quand les potentiels se sont égalisés. La résistance R sert à fractionner la différence de potentiel aux bornes du phanotron; quand cette différence de potentiel est inverse pour le phanotron, elle crée un courant dans la diode D qui est en opposition avec Ph. Il y a donc, aux bornes des résistances r, une différence de potentiel proportionnée à la différence de potentiel inverse supportée par Ph lors de la prise de contact du balai. Tant que cette différence de potentiel inverse a une valeur convenable, supportable pour Ph, aucun des thyratrons T1 et T2 ne s'allume, grâce aux polarisations fournies par les batteries B1 et B2. Si la différence de potentiel inverse aux bornes de Ph croît, le potentiel de grille de  $T_2$  croît et  $T_2$  s'allume; le moteur à deux inducteurs M tourne dans un sens et déplace le balai. Si, au contraire, la différence de potentiel inverse aux bornes de Ph décroît, T1 s'allume grâce à b1, avant même que le courant dans r se soit annulé. M tourne en sens contraire et entraîne de même le balai. T1 et T2 sont alimentés en alternatif par le transformateur Tr.

machine et le circuit extérieur, elle ne deviendra conductrice que lorsque le courant tendra à passer dans le sens du débit, exactement comment le clapet automatique d'une pompe ne s'ouvre que lorsque le fluide tend à circuler dans le sens désiré (fig. 3). Malheureusement, une soupape électronique est un appareil infiniment moins commode qu'un clapet et, d'ailleurs, si elle l'était, il serait inutile d'étudier plus avant les machines électrostatiques, puisque le courant continu s'obtiendrait bien plus aisément en s'associant une telle soupape à un transformateur (1).

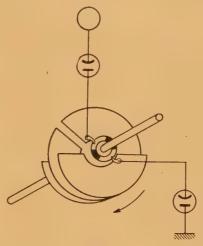


Fig. 3.

Jusqu'à plus ample informé, la commutation purement mécanique est la seule qui puisse être envisagée raisonnablement pour les machines électrostatiques. Si cette commutation fonctionne correctement avec des dispositifs simples, pour des tensions qu'aucun collecteur de dynamo ne saurait approcher, le mérite n'en revient pas essentiellement à l'air comprimé. La commutation n'est satisfaisante que parce que la machine ne présente pas de self-induction appréciable, contrairement à la dynamo et au redresseur mécanique alimenté par transformateur. Il en résulte qu'il n'y a d'étincelles qu'à la fermeture, jamais à la rupture du circuit, d'où l'impossibilité de ces arcs qui sont fatals aux dynamos à tension élevée.

Cette situation avantageuse résulte aussi du fait que l'inductivité des circuits habituels est négligeable pour les puissances mises en œuvre, en d'autres termes que l'impédance interne de la machine électrostatique est très grande par rapport à l'impédance d'onde du circuit extérieur  $(\sqrt{\frac{L}{C}})$ . Si ces deux impédances devenaient comparables, ce qui aurait lieu, par exemple, pour de grandes puis-

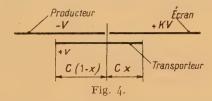
(1) Le lecteur pourra trouver une étude intéressante de l'emploi des soupapes électroniques dans la thèse de M. Morel, dans les Annales de la Faculté des Sciences de Grenoble, 1948 [2].

sances de l'ordre de 10 000 kW, on peut être assuré que l'inductivité du circuit rendrait la commutation mécanique de la machine électrostatique aussi aléatoire que celle des appareils électromagnétiques.

Machine à simple transport et à écran. — On a vu que, dans la machine à simple transport, les deux contacts débit et masse n'avaient pas des calages comparables. Seul le contact débit avait une position variable avec la valeur de k, le contact masse était fixe et, en outre, devait commencer sitôt le débit terminé, condition fort incommode à satisfaire.

Ces dyssymétries résultent de la dyssymétrie de la machine elle-même. Au pôle masse correspond un organe inducteur, le producteur — V, mais au pôle isolé ne correspond rien de semblable.

On peut améliorer la symétrie de la machine en introduisant un « écran », c'est-à-dire une pièce absolument semblable au producteur, reliée au pôle isolé, dans laquelle les transporteurs viendront pénétrer en sortant du producteur. Cette disposition n'est pas seulement intéressante du point de vue de la symétrie; elle diminue fortement les capacités parasites et augmente la puissance et son emploi est indispensable dans les machines cylindriques.



Reprenons le calcul du potentiel v d'un transporteur pendant la phase d'élévation du potentiel. Il faut écrire maintenant

$$(1-x)C(V+v)+Cx(v-kV)=CV$$
 (fig. 4),

d'où l'on tire

$$v = Vx(1+k) = 2Ux.$$

La loi de croissance de v en fonction de x est différente, elle est linéaire et non plus hyperbolique. Le calage du contact débit, pour le fonctionnement sans étincelle, ne change pas, il est toujours

$$x_0 = \frac{k}{k+1}.$$

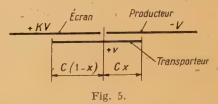
Mais le calage du contact masse est tout à fait modifié. Le potentiel v d'un transporteur, lorsqu'il sort de l'écran pour entrer dans le producteur, est donné par

$$(1-x) C(v + kV) + xC(v + V) = 0$$
 (fig. 5),  
d'où

$$v = V[k - x(k+1)]$$
 ou  $v = kV - 2Ux$ .

Le calage du contact masse (v = 0) est devenu identique, à un demi-cycle près, à celui du contact débit. La construction de la machine en est simplifiée et la séparation désirable entre la fin du contact débit et le début du contact masse est assurée.

L'ascension du potentiel des transporteurs étant moins rapide que dans la machine sans écran, la puissance dissipée pour un décalage donné des contacts, à partir de la position idéale, est moins grande.



En reprenant le calcul précédent, on voit que, pour un décalage  $\Delta x$  du contact débit (ou masse), la différence de potentiel entre le transporteur et le pôle correspondant est  $\Delta v = 2 U \Delta x$ .

La quantité d'électricité transportée lors du contact irréversible est toujours  $\Delta q = -2 CU \Delta x$ .

La dissipation irréversible d'énergie est maintenant  $\Delta W = {}_2CU^2\Delta x^2$  et, par rapport à l'énergie maxima produite :

$$\frac{\Delta W}{W_0} = 2\Delta x^2.$$

Pour le même décalage  $\Delta x$ , la dissipation  $\Delta W$  est sensiblement la moitié de ce qu'elle était pour la machine sans écran, mais comme il y a deux contacts à calage variable (au lieu d'un seul), la dissipation totale par irréversibilité et la perte de rendement résultante doit être considérée comme indépendante de la présence de l'écran.

Machine à double transport. — Les calculs sont tout à fait analogues à ceux effectués sur la machine à simple transport avec écran. Les deux contacts jouent naturellement des rôles parfaitement symétriques, la loi de variation du potentiel étant encore linéaire en x.

Le calage parfait (pour les deux contacts) est donné par  $x_0 = \frac{k}{k+2}$ . On a donc  $x_0 = \frac{1}{3}$  au lieu de  $\frac{1}{2}$  pour k=1. Pour une erreur de calage  $\Delta x$ , la différence de potentiel lors de la prise de contact est  $\Delta v = (k+2) \, V \Delta x$  et la quantité d'électricité échangée irréversiblement  $\Delta q = -CV(k+2) \, \Delta x$ .

L'énergie dissipée lors du contact 
$$\Delta \dot{W} = \frac{1}{2} C(k+2)^2 V \Delta x^2$$

et cette énergie rapportée à l'énergie maxima produite  ${}_{2}CU^{2}=W_{0}$ ,

$$\frac{\Delta W}{W_0} = \left(\frac{k+2}{k+1}\right)^2 \Delta x^2,$$

ce qui donne pour k voisin de 1,

$$\frac{\Delta W}{W_0} = \frac{9}{4} \Delta x^2,$$

les conclusions générales étant les mêmes que précédemment.

Effet des capacités parasites. — Les capacités parasites, d'une façon générale, s'opposent à la variation du potentiel des transporteurs que les capacités utiles, par leur changement, tendent à causer. Il en résulte que, pour le même k, les débuts de contacts sont toujours retardés par les capacités parasites.

Ainsi, le débit cesse et le contact débit se trouve, en l'absence d'étincelles, reporté à x=1, pour un facteur k qui n'est plus infini. Ce facteur de multiplication maximum pour lequel le débit se trouve supprimé du fait des capacités parasites, qui retiennent sur les transporteurs la totalité de l'électricité qu'ils portent, est de l'ordre de quelques unités et ne dépasse guère 4 ou 5.

De même, dans une machine à simple transport sans écran, il y a une séparation appréciable, pour une commutation parfaite, entre la fin du contact débit et le début du contact masse. A la fin du contact débit, le transporteur a conservé, en raison des capacités parasites, une charge appréciable. Pour ramener son potentiel à zéro, il faut le faire pénétrer d'une façon assez notable dans le producteur.

Une chose intéressante est à noter : pour le facteur de multiplication correspondant à la puissance maxima, les débuts de contact se font pratiquement toujours à  $x=\frac{1}{2}$  pour le simple transport,

 $x=\frac{1}{3}$  pour le double transport, qu'il y ait capacités parasites ou non. En effet, les capacités parasites abaissent le facteur de multiplication optimum, correspondant à la puissance maxima, au-dessous de l'unité, mais, en revanche, elles retardent le début des contacts et les deux effets se compensent presque exactement, comme le montre un calcul détaillé.

Producteurs à potentiel fluctuant. — Tous les calculs précédents supposent que les producteurs sont maintenus à potentiels fixes et leur charge varie alors notablement au cours d'un cycle. Leur potentiel ne peut rester constant que s'ils sont reliés à des générateurs, ou pratiquement à des condensateurs de forte capacité. Étant donnée la complication que représenterait l'emploi de tels condensateurs, on s'en passe généralement et, au cours d'un cycle, le potentiel des producteurs varie notablement, leur capacité propre avec le sol ou entre eux étant souvent petite par rapport à celles qu'ils ont avec les transporteurs.

Il n'en résulte aucune perte de puissance. L'état de la machine, au début et à la fin d'un cycle, n'est en rien affecté par la fluctuation des potentiels des producteurs et ce sont ces états initial et final qui déterminent l'énergie produite.

En revanche, la loi de variation du potentiel des transporteurs est modifiée. Cette variation est plus rapide que lorsque les producteurs sont maintenus à potentiel fixe et les débuts de contacts sont avancés pour un k déterminé. Un calcul détaillé, tenant compte de toutes les capacités utiles, parasites et autres, avec leurs ordres de grandeur habituels, montre cependant que l'avance des contacts qui en résulte est très petite et souvent négligeable. C'est pourquoi la théorie a été exposée dans l'hypothèse plus simple des potentiels constants, car ses conclusions, à quelques centièmes près, restent valables pour les potentiels fluctuants. Le lecteur pourra trouver un exposé détaillé des calculs dans le cas des potentiels fluctuants, avec vérifications expérimentales, dans l'ouvrage déjà cité de M. Morel [3].

Causes de pertes. — Nous venons d'examiner les pertes par irréversibilité électrique. Elles peuvent être appréciables, si l'on veut des débuts de contacts fixes, mais on peut aussi les rendre facilement négligeables si on le désire. Les autres causes de pertes électriques n'entrent jamais en ligne de compte. Les fuites par effluves et par conduction des isolants solides, importantes pour des machines de faible puissance spécifique, sont ici absolument insensibles et il est de même des pertes par hystérésis diélectrique (les champs intenses n'existent que dans du gaz), par effet Joule, etc.

Les seules causes importantes de pertes sont les frottements et c'est là une profonde différence avec les autres machines électriques. Si les frottements solides (paliers, balais) n'ont rien de remarquable, l'importance des frottements fluides mérite de retenir l'attention. Ils sont amplifiés à la fois par la compression du gaz ambiant et par la présence de surfaces considérables en mouvement. Ce second point est aussi important que le premier; les machines à plateau fonctionnant dans l'air ordinaire dissipent souvent une puissance bien supérieure à leur puissance utile, dès que leur vitesse est importante. C'est le cas, par exemple, des machines de Chaumat, dont le plateau de 42 cm de diamètre tourne normalement à 2500 tours: mn. Il faut 40 W pour vaincre les frottements, tandis que la puissance utile ne dépasse pas 12 W dans des conditions favorables.

Le mouvement du gaz étant toujours turbulent, les frottements, à vitesse constante, ne sont pratiquement influencés que par sa masse spécifique et lui sont proportionnels. C'est à peine si, en passant de l'air à l'hydrogène, on arrive à déceler une légère influence du nombre de Reynolds. En d'autres termes, la viscosité n'a presque aucune influence.

Influence de la nature et de la pression du gaz. Qualité électrostatique. — Puisque la puissance utile est proportionnelle au carré de la rigidité  $E_m^2$  et la puissance perdue à la masse spécifique  $\rho$  du gaz, le rendement est déterminé par le quotient  $\frac{E_m^2}{\rho}$ . C'est ce quotient, appelé « qualité électrostatique », qu'il faut considérer pour reconnaître l'intérêt relatif des divers gaz possibles,

quand leurs rigidités sont comparables. Ainsi l'air fournit une rigidité de 45 kV: mm sous 20 atm,

sa qualité  $\frac{45}{21}$  est d'environ 100 en unités arbitraires. Le fréon (CCl<sub>2</sub>F<sub>2</sub>) a une densité gazeuse de 4,2 et donne une rigidité comparable sous 6 atm, sa qualité n'est que 71. L'hexafluorure de soufre a une densité de 5 et sous la même pression, sa qualité n'est que 55 environ. Au contraire, l'hydrogène sous 60 atm a une qualité de 500, grâce à son extrême légèreté. C'est pourquoi l'emploi des gaz lourds est, somme toute, peu intéressant, tandis que celui de l'hydrogène peut être avantageux, malgré la pression considérable, pour des machines à grande puissance ou à grand débit. La qualité électrostatique est grandement améliorée par une augmentation de pression, tant que le gaz suit approximativement la loi de Paschen, ce qui correspond à un progrès considérable du rendement.

Quand, au contraire, le gaz ne suit plus la loi de Paschen, ce qui arrive toujours aux pressions élevées, la qualité électrostatique ne croît plus que lentement et peut même décroître, si la rigidité augmente moins vite que la racine carrée de la pression. Le rendement cesse alors de s'améliorer. Le maximum de la qualité électrostatique caractérise sensiblement la pression maxima intéressante dans la pratique.

Ce maximum ne dépend pas seulement du gaz, mais encore et surtout des électrodes. Avec l'acier inoxydable, la qualité de l'air croît encore à 70 atm, tandis qu'avec l'aluminium elle décroît déjà à 30 atm.

La qualité électrostatique n'est pas à proprement parler une caractéristique du gaz tout seul; elle est notablement influencée par l'état de surface et la nature des électrodes, surtout aux pressions élevées

Influence de la vitesse. — L'influence de la vitesse, pour une machine et un gaz donnés, est facile à trouver; des considérations élémentaires d'homogénéité appuyées sur le fait expérimental que la viscosité est sans influence, montrent que la puissance dissipée est proportionnelle au cube de la vitesse de rotation. La puissance utile maxima ne croissant que proportionnellement à la vitesse, on voit que celle-ci ne peut dépasser une certaine limite, au delà de laquelle la perte de rendement ou l'échauffement seront prohibitifs. Cette limite, sauf pour l'hydrogène, est notablement inférieure à celle imposée par la résistance à la force centrifuge.

Comme on le verra plus loin, c'est la vitesse périphérique du rotor qui est le meilleur terme de comparaison à ce point de vue. On peut admettre que 10 m:s est une vitesse très raisonnable, assurant un excellent rendement (de l'ordre de 80 à 90 pour 100) avec un échauffement négligeable. L'échauffement commence à devenir sensible avec des vitesses de 20 m:s, la ventilation naturelle étant encore suffisante et le rendement de l'ordre

de 70 pour 100. Des vitesses plus grandes encore obligent à une ventilation forcée et le rendement baisse rapidement à 50 pour 100.

Les pertes par frottement étant la cause principale limitant la vitesse de rotation (du moins dans l'air comprimé), il importe de remarquer à quel point la puissance d'une machine, à pression et rendement constants, peut être affectée par de faibles variations de rigidité, dues, par exemple, à un changement dans l'état de surfaces, à la présence de poussières, etc. Si la rigidité est modifiée à pression constante, c'est-à-dire multipliée par un facteur a, la puissance de la machine, à vitesse constante, est multipliée par a2, et son rendement s'est amélioré, les pertes n'ayant pas changé. Pour ramener le rendement à sa valeur initiale, il faut multiplier la vitesse par a, les pertes seront multipliées par a<sup>3</sup> et la puissance utile par a<sup>2</sup>.a, c'està-dire resteront dans le même rapport. Il en résulte qu'à pression et rendement constants, la puissance d'une machine varie comme le cube de la rigidité du gaz. On conçoit l'intérêt considérable qui s'attache à toute amélioration de la rigidité à pression constante, par l'amélioration des surfaces, etc. On comprend aussi pourquoi l'air est toujours préféré à l'azote, malgré les inconvénients inhérents à la présence d'oxygène, étant donné que la rigidité « pratique » de l'azote est souvent de 30 à 40 pour 100 en dessous de celle de l'air.

Calcul des pertes par frottements. — Le calcul peut être fait de façon approchée en assimilant les plateaux à des disques parfaits tournant dans un fluide infini. La force tangentielle de frottement par unité de surface est donnée par la formule  $C_f \rho \frac{u^2}{2}$  où  $C_f$  est un coefficient égal sensi-

blement à  $\frac{2,5}{1000}$  pour tous les gaz,  $\rho$  la masse spécifique et u la vitesse tangentielle de la surface solide en mouvement. Par une intégration élémentaire, on en déduit la puissance nécessaire pour faire tourner un disque de rayon r à la vitesse angu-

laire  $\omega$ . Cette puissance est  $P = \frac{2}{5} C_f \pi \rho \omega^3 r^5$ .

En réalité, le plateau d'une machine n'est pas un disque parfait, mais présente des fentes radiales et, en plus, ne tourne pas dans un fluide infini. Les fentes augmentent évidemment la puissance dissipée, soit en favorisant la centrifugation du gaz, soit en provoquant des sillages. Cet effet est déterminé par le rapport entre la surface totale du disque et la surface totale de maître-couple des différents secteurs. Ce rapport est

$$\frac{\pi r^2}{2 ner} = \frac{\pi}{2} \left( \frac{r}{ne} \right).$$

Comme le facteur polaire  $\frac{ne}{r}$  ne varie que dans des limites étroites, l'effet relatif des fentes est prati-

quement constant; il se manifeste en multipliant la puissance précédemment obtenue par un facteur  $K_s$  plus grande que un et à peu près invariable.

La limitation du volume du fluide a, au contraire, pour effet de diminuer les frottements. Quand le régime permanent est atteint, le moment des forces agissant sur le fluide est nul. Puisque le disque exerce certaines forces sur le fluide, il doit en être de même des parois immobiles de l'enveloppe. Le fluide est donc en mouvement général et la vitesse relative du disque par rapport au fluide étant diminuée, la puissance dissipée doit l'être aussi. C'est bien ce qu'on constate en enfermant un disque dans une boîte cylindrique de dimensions voisines et suffisamment étanche pour que le fluide centrifugé ne puisse pas s'échapper à l'extérieur; la puissance nécessaire pour faire tourner le disque est diminuée environ de moitié. Le calcul montre que, dans un cas idéalement favorable, la puissance nécessaire, pour faire tourner le disque, pourrait être réduite au quart de ce qu'elle est dans un fluide infini.

Naturellement, les choses ne sont pas aussi favorables dans le cas qui nous intéresse. Il n'en reste pas moins qu'on obtient une diminution très sensible des frottements en limitant le plus possible le volume de gaz comprimé qui peut être entraîné par le rotor, et en aveuglant le mieux possible les petits interstices par lesquels le gaz centrifugé peut s'échapper, pour aller perdre son énergie cinétique.

La limitation du volume du fluide a pour effet de diminuer le coefficient  $K_s$ , qui se situe dans la pratique entre 1,5 et 2,5.

La puissance électrique produite par un plateau est de la forme

$$A \omega nr^2 e E_m^2$$

A étant un coefficient qui dépend du facteur polaire, du mode de transport, des capacités parasites, n le nombre de paires de pôles.

Le rapport entre puissance utile et puissance perdue est donc de la forme

$$A' rac{E_m^2 e n}{
ho \omega^2 r^3} = A' \left(rac{ne}{r}
ight) rac{E_m^2}{
ho \omega^2 r^2}$$

ou bien, en incorporant le facteur polaire dans la constante,

$$A'' \frac{E_m^2}{\rho} \frac{1}{(\omega r)^2}$$
.

On voit, comme il a été déjà annoncé, que le rendement est déterminé par la qualité électrostatique  $\frac{E_m^2}{\rho}$  et la vitesse périphérique  $\omega r$ .

Puissance spécifique à rendement constant. — La qualité électrostatique et le facteur polaire étant pratiquement des constantes, la vitesse périphérique l'est aussi. La puissance par plateau étant de la forme  $A \omega nr^2 e E_m^2$ , la puissance par unité de volume est

$$\frac{A \omega n r^2 e E_m^2}{6 e \pi r^2} = A_1 \omega n E_m^2,$$

en faisant apparaître le facteur polaire et la vitesse périphérique et en incorporant dans la constante, il reste

$$A_1 \omega n E_m^2 = A_1 E_m^2(\omega r) \left(\frac{ne}{r}\right) \frac{1}{e} = \frac{A_2}{e}.$$

La puissance spécifique à rendement constant est donc indépendante des dimensions de la machine et varie en raison inverse de *e*.

La puissance spécifique d'une machine électromagnétique, à rendement constant, croît, au contraire, avec ses dimensions. En effet, si les dimensions d'une telle machine sont multipliées par a, la section du fer et, par suite, les f. é. m. sont multipliées par  $a^2$ , la section du cuivre et, par suite, les courants de même. La puissance est donc multipliée par  $a^4$ . Réciproquement, le rendement d'une machine électromagnétique s'améliore considérablement quand on augmente ses dimensions, en gardant la même puissance spécifique. Tandis que les machines de quelques watts ne dépassent pas des rendements de 20 à 30 pour 100, on atteint 96 ou 98 pour 100 pour des machines de très grande puissance, comme 50 000 kW.

Rien de tel pour les machines électrostatiques. Avec la construction lá plus rationnelle, on a un rendement et une puissance spécifique invariables. Cela favorise grandement les machines de puissance faible ou moyenne, d'autant plus qu'elles sont en concurrence avec des dispositifs électromagnétiques de rendement particulièrement mauvais. Inversement, on ne voit guère le moyen d'atteindre, même pour de grosses puissances, des rendements comparables à ceux des grands alternateurs. Toutefois, ceci n'est, à bien réfléchir, qu'un inconvénient mineur. Si le rendement des grands alternateurs ou grands transformateurs est toujours si bon, c'est bien plus en raison des difficultés de leur refroidissement que pour économiser un peu d'énergie. On tolère, dans les lignes haute et basse tension, des pertes bien supérieures! Au contraire, des pertes, même importantes, sont beaucoup moins gênantes dans les machines électrostatiques. La chaleur y est créée directement dans le fluide ambiant et non dans une masse solide et ce fluide circule avec la plus grande facilité pour atteindre les parois de l'enceinte étanche, ou peut même être dirigé vers un radiateur spécial.

La variation de la puissance spécifique en raison inverse de e est une raison de plus pour éviter les entre-électrodes trop grands. Nous avons déjà vu que la rigidité  $E_m$  diminuait toujours quand e augmentait, ce qui fait que la puissance spécifique décroît en réalité

encore plus vite que 1/2. Les tensions élevées ne se peuvent

donc obtenir que par le procédé de la cascade et celuici est déjà avantageux pour des tensions moyennes. Machines cylindriques. — Les conclusions concernant l'influence de la qualité électrostatique et de la vitesse périphérique restent valables sans changement pour les machines cylindriques. Comme pour les machines à plateaux, la vitesse périphérique est déterminée quand on s'est fixé le rendement.

Au contraire, il est bien évident que la puissance spécifique n'est plus indépendante des dimensions et qu'elle décroît quand celles-ci augmentent. Le calcul montre que, pour une construction optima, la puissance spécifique varie en raison inverse du rayon de la machine, mais ne dépend plus de e.

Conclusion. — Les caractères que nous avons établis dans le présent article contribuent à souligner les différences existant, dans la pratique, entre les machines électrostatiques et les autres machines électriques. Les deux faits les plus importants sont l'importance des frottements et l'invariabilité de la puissance spécifique et du rendement. Ce dernier point laisse penser que la plupart des appareils électromagnétiques à haute tension de faible ou moyenne puissance seront tôt ou tard remplacés par des générateurs électrostatiques. Au contraire, la supériorité des machines à induction pour la production massive d'énergie électrique ne semble pas mise en question, à moins de progrès considérables dans la technique des champs électriques intenses.

D'une autre façon, on peut dire que les progrès réalisés ont permis un abaissement important de l'impédance minima des machines électrostatiques, mais que celle-ci reste encore grande par rapport à l'impédance des machines électromagnétiques (comme il est naturel, d'ailleurs). Les anciennes machines et aussi les machines à courroie, avaient des impédances de l'ordre de 1000 MΩ (machines de Chaumat, 100 kV, 0,1 mA; machines Van de Graaf, 1000 kV, 1 mA). Au contraire, dès les premières tentatives, on a réussi au Laboratoire des machines de 8 MΩ seulement (40 kV, 5 mA), et tout indique qu'on pourra descendre facilement à 1 MΩ et même 500 000  $\Omega$ . Ces chiffres, qui soulignent l'importance du progrès réalisé, montrent aussi qu'on est encore très loin des générateurs électromagnétiques, dont l'impédance, sous des tensions de 200 kV et plus, peut n'être que de quelques centaines d'ohms.

Je suis heureux, en terminant cet exposé, de pouvoir exprimer ma sincère gratitude à M. le Professeur Néel. Son jugement éclairé et ses encouragements sont à l'origine des recherches qui ont permis de revivifier ces anciennes machines électriques, sympathiques aux physiciens, mais dédaignées par beaucoup de techniciens. C'est encore dans le laboratoire du Professeur Néel, et grâce à l'appui du Centre national de la Recherche scientifique, que j'ai pu construire les nombreux appareils qui ont permis de supporter par des réalisations concrètes les vues théoriques du début.

Le lecteur se demandera peut-être pourquoi les doctrines précédemment exposées, qui ne font intervenir que des lois physiques anciennement connues, ne sont pas depuis longtemps classiques.

Je crois que cela vient simplement de cette opinion si répandue qui ne voyait dans les machines électrostatiques que le produit d'un empirisme rudimentaire. On peut lire, en effet, dans la préface d'un des ouvrages les plus documentés sur la question ces lignes étonnantes :

« Les machines électrostatiques ont tout ce qu'il faut pour être dédaignées par le physicien moderne. Elles se prêtent mal au calcul, encore moins aux mesures de précision; leur théorie ne fait entrevoir aucune généralisation utile; enfin, on n'en a jamais tiré parti pour une application industrielle de quelque importance.... Si l'on en croit Poggendorf... nous ne devons rien à la théorie telle qu'elle s'est faite jusqu'à présent. Tout, la première découverte comme les perfectionnements et les développements successifs, a été l'œuvre de la seule expérience, du provando e riprovando des anciens Académiciens de Florence. » (V. Schaffers, dans La machine à influence, Louvain, 1908).

Les résultats obtenus au Laboratoire d'Électrostatique sont, au contraire, un succès de ce rationalisme qui est incontestablement une des originalités de la manière française de penser et que nous critiquons pourtant si volontiers. N'est-on pas allé jusqu'à proclamer néfastes ces méthodes d'enseignement fondées sur le raisonnement mathématique, qu'une tradition vénérable maintient encore dans nos classes de Spéciales?

Sachant ce que je leur dois, je serais heureux si le lecteur impartial pouvait penser que le dogmatisme et la logique déductive ne sont pas seulement des artifices de professeur, mais qu'ils peuvent aussi aider à découvrir les vérités générales que l'empirisme laisse souvent échapper.

Manuscrit reçu le 1er décembre 1948.

#### BIBLIOGRAPHIE.

 <sup>[1]</sup> MAXWELL, Traité d'Électricité et de magnétisme, traduction française par G. Seligmann-Lui, Gauthier-Villars, 1885, I, p. 379.

<sup>[2]</sup> R. Morel, Contribution à l'étude rationnelle des machines

électrostatiques. Annales de l'Université de Grenoble, 1948, p. 197 à 200.

<sup>[3]</sup> R. MOREL, Ibid., p. 86 à 96.